UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Escuela Politécnica Superior – Leganés

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

PROYECTO FIN CARRERA

COOPERACIÓN EN REDES SOCIALES

EL JUEGO DEL ULTIMÁTUM

AUTOR: JAVIER ROMÁN CARRILLO
TUTOR: ANGEL SÁNCHEZ SÁNCHEZ

AGRADECIMIENTOS

Ha sido mucho el tiempo que he pasado pensado en la felicidad y satisfacción que me produciría el momento de escribir estas líneas. Suponen el final de un largo camino, lleno de grandes y también difíciles momentos, que sin el gran apoyo recibido jamás hubiera podido hacerse realidad.

En primer lugar agradecer a Ángel Sánchez Sánchez (Anxo) la oportunidad que me ha brindado para realizar este interesante proyecto y aprender de él y su trabajo. Agradecer todo el tiempo y ayuda empleados en sacar este trabajo adelante.

A mis padres, Rafa y Milagros, por todo el apoyo que me han aportado durante toda esta larga etapa de estudiante. Por confiar en mí en todo momento, dejando que siguiera mí ritmo, sin presiones. A Nacho.

A todos los compañeros y grandes amigos de la universidad, por compartir todo este tiempo juntos, hablando, riendo, trabajando…Por hacer fácil lo que muchas veces parecía imposible.

A las bibliotecas, por su silencio y por no hacerme sentir sólo. Por todos los descansos, que ayudan a poder llegar a disfrutar de los difíciles periodos de exámenes. Por los grandes amigos que he tenido la suerte de conocer.

A la beca Erasmus en Helsinki.

Gracias a todos los que está conmigo día a día, por quererme y dejaros querer.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

El juego del ultimátum se trata de un modelo arquetípico en economía en el que dos jugadores interactúan para decidir como repartir una cierta cantidad de dinero que se les proporciona. Los dos jugadores tienen dos funciones diferenciadas, proponente y respondedor, de tal manera que cada participante desempeñara solamente una de ellas. La dinámica del juego es muy sencilla: en primer lugar el jugador que actúa como proponente realiza una propuesta de cómo repartir una cierta cantidad de dinero recibida entre los dos jugadores, y posteriormente, el jugador que actúa como respondedor decide si acepta o no la propuesta hecha anteriormente. Si acepta, cada jugador se lleva la cantidad que se propuso en primer lugar, pero si rechaza, ninguno de los dos jugadores se lleva nada. El juego se realiza una única vez y de manera anónima, por lo que la reciprocidad (actuar teniendo en cuenta las expectativas de futuras interacciones) no supone un problema.

La pregunta es cual debería ser la estrategia de cada jugador si ambos actuaran racionalmente y con el único objetivo de maximizar su ganancia. Si se considera que ambos jugadores toman la decisión de forma racional, el proponente siempre ofrecería la menor cantidad de dinero posible al respondedor, ya que el segundo siempre prefiere obtener cierto beneficio, por muy baja que sea la cantidad que el proponente le ofrece. Se puede demostrar que estas estrategias: proponer el reparto más desigual posible en el caso del proponente y aceptar cualquier oferta en el caso del respondedor, constituyen lo que en teoría de juegos se llama equilibrio de Nash, uno de los conceptos básicos de la teoría de elección racional, sobre la que se basa gran parte de la economía moderna. Cualquier desviación con respecto a esta estrategia racional implica la presencia de algún tipo de componente emocional o de valoración ética.

El juego del ultimátum fue propuesto por los economistas Güth, Schmittberger y Schwarze (1982). Realizaron un estudio con personas reales que ha posibilitado el estudio cuantitativo de la cooperación y el altruismo en la conducta humana. Desde entonces, se han realizado numerosos experimentos enmarcados en el esquema del juego del ultimátum que, como luego veremos, han proporcionado un conocimiento bien establecido sobre el comportamiento de las personas en esta situación.

En principio se podría pensar que una propuesta de reparto muy desigual, como ofrecer solamente un 5% del total obtenido, ofenderá al respondedor y será airadamente rechazada. De hecho, así ocurre en los experimentos realizados. Sin embargo, si el respondedor tuviera una conducta genuinamente racional y libre de cualquier condicionante emocional, trataría únicamente de maximizar su ganancia, debiendo aceptar cualquier mínima oferta, puesto que rechazándola estaría perdiendo dinero. A su vez, el proponente, previendo esta conducta puramente racional, debería proponer el reparto más desigual posible.

En los últimos 20 años, se han publicado una gran cantidad de trabajos experimentales realizados con individuos de todos los países y culturas y con dinero real, que a veces alcanza sumas equivalentes al sueldo medio de tres meses. La mayoría de los experimentos se hacen sin que los jugadores se vean las caras o sepan quién es su contrincante y de modo que cada jugador participa una sola vez. Se elimina así la posibilidad de que los jugadores estén influidos por la identidad del oponente o que elaboren algún tipo de estrategia de intercambio. Los resultados se alejan mucho del comportamiento "racional". Los respondedores no aceptan cualquier cosa: suelen rechazar ofertas muy desiguales, en las que el proponente ofrece en torno al 20% del total a repartir. Es decir, son capaces de sacrificar ganancias significativas con tal de castigar a un proponente excesivamente egoísta. Por su parte, el comportamiento típico de los proponentes es ofrecer repartos equitativos, 50-50, o sólo muy ligeramente favorables, 60-40.

De hecho, también se ha estudiado aplicando una variante del juego, el juego del dictador, en donde el respondedor es absolutamente pasivo y no tiene opción de rechazar la oferta. Se observa que las proposiciones que se hacen son más desiguales, pero sin alejarse mucho de la opción equitativa. Esto indica que la motivación de los proponentes para ofrecer repartos equitativos en el juego del ultimátum es doble: por un lado, un cierto sentido ético o de empatía con su contrincante y, por otro, el temor a que el respondedor rechace una oferta no equitativa. Así se confirma en entrevistas a los jugadores realizadas al acabar el juego.

Estos resultados son bastante generales, aunque hay ciertas variaciones culturales. Por ejemplo, los Machiguenga del Amazonas peruano suelen ofrecer al respondedor cantidades muy bajas, en torno al 26% del total y éste suele aceptarlas (2004). Para ellos, el reparto de papeles en el juego es parte de éste: el respondedor no considera una oferta desigual como una exhibición de egoísmo por parte del proponente sino más bien como el resultado de su propia mala suerte. Por otro lado, entre los pastores Sukuma de Tanzania la media de las ofertas alcanza un 61% del total a repartir y autores como Brian Paciotti (Universidad de California en Davis) han relacionado este comportamiento generoso con ciertas aptitudes de los Sukuma para la organización social. Como en todos los estudios antropológicos, los investigadores tienen que ser muy cuidadosos para no influir inconscientemente sobre los jugadores. Incluso la forma de explicar el juego puede dar lugar a comportamientos distintos entre un experimento y otro. Aún así, el aspecto cuantitativo del juego del ultimátum lo convierte en una herramienta útil para caracterizar la propensión a la cooperación o el sentido de justicia en cada cultura.

Que las emociones juegan un papel importante en la toma de decisiones es algo en cierto modo evidente y ampliamente aceptado. El neurólogo y Premio Príncipe de Asturias Antonio Damasio ha dedicado gran parte de su carrera a demostrarlo. Sin embargo, no era tan evidente que las emociones pudieran ser tan relevantes en decisiones económicas. Recientemente se ha acuñado el término neuroeconomía, para referirse a un nuevo campo de investigación que trata de encontrar nuevos mecanismos de toma de decisiones, que vayan más allá de la pura maximización de la ganancia o de la utilidad (2003). En este nuevo campo, convergen investigaciones muy variadas: desde los intentos de economistas de incluir motivaciones emocionales en la función de utilidad hasta estudios neurológicos. Por ejemplo, Alan G. Sanfey y sus colaboradores de la Universidad de Princeton han analizado, mediante técnicas de resonancia magnética, qué zonas del cerebro se activan en el respondedor del juego del ultimátum cuando rechaza un reparto injusto (2003). El resultado fue el esperado: el rechazo viene siempre acompañado de la activación de zonas responsables de emociones negativas, como la ínsula anterior.

Una pregunta interesante es cómo se comportarían nuestros parientes los chimpancés en el juego del ultimátum. Esto es justo lo que ha abordado la investigación de Keith Jensen, Joseph Call y Michael Tomasello, del Instituto Max Planck de Antropología Evolutiva (2007). Para ello, estos investigadores diseñaron una forma simplificada del juego. Los dos animales que van a jugar se encuentran en dos jaulas separadas que contienen un mecanismo de bandejas deslizables. El chimpancé proponente hace una oferta utilizando pasas, una delicia para los chimpancés, a modo de divisa, y moviendo la bandeja hasta la mitad del recorrido, siendo lo máximo permitido a este primer chimpancé, de tal manera que ahora tiene sólo alcance el respondedor. Si el otro jugador acepta la propuesta de división del botín, mueve la bandeja el resto del recorrido y ambos animales pueden comer. Si el segundo jugador no hace nada durante 1 minuto, los investigadores retiran la bandeja y consideran que la oferta ha sido rechazada. Los resultados de estos experimentos indicaron que los chimpancés, al contrario que los humanos, se comportaron de forma totalmente racional. Es decir, tendían a aceptar cualquier oferta que les proporcionara un número de pasas mayor que cero, por pequeño que fuera. Al parecer, en ningún momento consideraron la posibilidad de que la oferta fuera injusta. Los investigadores sugieren que esta conducta puede estar relacionada con el hecho de que entre los chimpancés, compartir la comida constituye un suceso raro.

Si embargo, en un estudio anterior realizado con macacos, se daba a estos animales un trozo de pepino como recompensa por haber realizado correctamente una tarea y la recompensa era aceptada alegremente por estos animales. En una segunda fase del experimento, se premió a algunos individuos, pero no a todos, con una uva; algo mucho más apreciado. Los macacos que antes habían aceptado el pepino felizmente, lo rechazaron con violencia en la segunda ocasión, ante la flagrante injusticia que se estaba cometiendo con ellos. Estos resultados sugieren que el sentido de la justicia tiene una larga historia en nuestro linaje evolutivo, aunque no esté muy desarrollado en el chimpancé.

En el trabajo se intentará extraer alguna conclusión más sobre la cooperación en redes sociales haciendo uso del juego del ultimátum. En particular, nos centraremos en intentar entender el origen evolutivo de las estrategias no racionales. Un modelo teórico previo muestra que es posible que estrategias no racionales evolucionen espontáneamente si la escala de tiempo del juego es más lenta que la de reproducción-selección. Esta investigación consideraba poblaciones donde en principio todos los individuos pueden interaccionar con todos. Sin embargo, en Nowak y May (1992) propusieron que la presencia de una estructura social que gobernara las interacciones podría contribuir a la emergencia de estrategias no racionales (en su caso, cooperación en el Dilema del Prisionero). Hasta donde conocemos, el juego del Ultimátum no se ha estudiado en poblaciones estructuradas, excepto una breve nota de Page, Nowak y Sigmund (2000). Así pues, se estudiará el juego del ultimátum en poblaciones de diferentes dimensiones, donde cada individuo juega con sus vecinos más próximos, y se irán introduciendo ciertas variantes para comprobar si éstas son o no relevantes en los resultados obtenidos.

2. DECRIPCIÓN DEL JUEGO

En este trabajo, como se dice en la Introducción, se intentarán extraer conclusiones sobre la cooperación en redes sociales haciendo uso del juego del ultimátum. Se estudiará el juego del ultimátum en poblaciones de diferentes dimensiones, donde cada individuo juega con sus vecinos más próximos. A lo largo del trabajo se irán introduciendo ciertas variantes para comprobar si estas son o no relevantes con los resultados obtenidos y tienen similitudes con casos reales, además de comparar con los resultados anteriores disponibles.

2.1. Poblaciones

El juego se realizará en diferentes poblaciones, que se representarán por medio de redes cuadradas, de tal manera que cada nodo de la red representa a un individuo diferente. Para determinar el comportamiento de cada uno de los individuos se le asociará a cada uno dos umbrales, uno de ofrecimiento y otro de aceptación. El umbral de ofrecimiento indica la cantidad de dinero que el individuo ofrecerá al jugar el juego del ultimátum como proponente, mientras que el umbral de aceptación indica la cantidad mínima de dinero que está dispuesto a aceptar al jugar como respondedor. La forma en que se asocian los umbrales con cada jugador es puramente estadística, de tal manera que puede ser cualquier valor, siempre que le reporte un beneficio mínimo. De esta manera los umbrales se distribuyen según una distribución uniforme entre 1 y la cantidad máxima menos 1. A continuación mostramos los umbrales de aceptación iniciales en una población de 100 individuos (red 10x10) donde la cantidad máxima a repartir es 50.

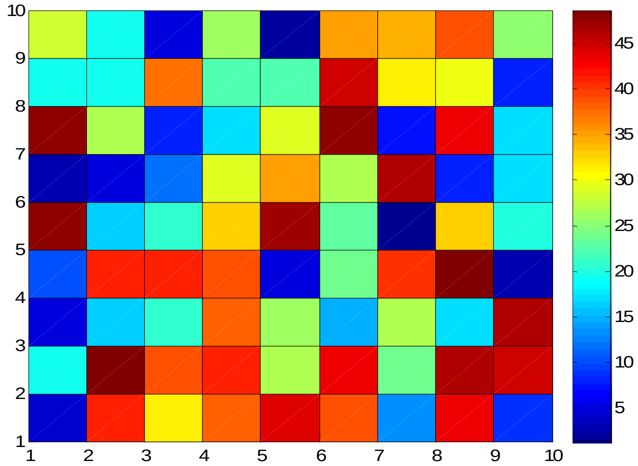


Figura 2.1: Umbrales de aceptación iniciales

2.2. Metodología de juego

Una vez distribuidos los umbrales empieza el juego. Este consiste en que cada individuo de la red juega al juego del ultimátum con sus vecinos más próximos y de acuerdo a sus umbrales y a ciertas condiciones definidas en cada caso, acumulando el beneficio correspondiente a sus interacciones con todos sus vecinos. Una vez han terminado de jugar todos los individuos, cada uno de ellos actualizará los umbrales de ofrecimiento y aceptación, de acuerdo a una regla de actualización que especificaremos más adelante y que siempre tiende a que aumente la frecuencia de las estrategias más beneficiosas (ventaja reproductiva). Es importante observar que una vez actualizados los umbrales el capital es fijado nuevamente a cero, de tal manera que cada ronda de juego sea independiente del capital. La idea es que el juego se realice tantas veces como sea necesario hasta llegar a una convergencia en los umbrales de los individuos. Se considera que se ha convergido cuando en dos rondas consecutivas de juego no se ha producido ningún cambio en los umbrales de ningún jugador.

2.3. Parámetros del juego

En este apartado se recogen los parámetros que definen el juego:

- **Número de umbrales**

En un primer momento cada jugador se identifica por un solo umbral, de tal manera que la cantidad que un individuo ofrece al jugar como proponente es también la mínima cantidad que ese individuo esta dispuesto a aceptar en el caso de jugar como respondedor. Esto corresponde a una situación en la que los individuos tienen empatía, es decir, se ponen en el lugar del otro para decidir sus acciones.

Una vez estudiado el caso con un umbral se considerarán 2 umbrales, uno de ofrecimiento, con la cantidad que ofrecerá al jugar como proponente y otro de aceptación, con la cantidad mínima que aceptará cuando juegue como respondedor.

- **Con o sin sorteo**

Como hemos especificado antes, cada jugador juega con sus vecinos más próximos. Se considerarán dos situaciones. En la primera, que llamaremos sin sorteo, cuando dos vecinos jueguen entre si, lo harán dos veces, de tal manera que uno jugará como proponente y el otro como respondedor. Al jugar la segunda vez intercambiarán los papeles; es importante indicar que aunque hayan jugado entre ellos al volver a jugar su decisión no se verá condicionada, ya que se limitan a comparar sus umbrales (los jugadores no tienen memoria). La segunda forma de jugar es la que llamaremos con sorteo, de forma que al inicio de cada uno de los dos juegos se sortea quién será el proponente y quién el respondedor.

- **Número de vecinos**

En cada ronda, cada jugador juega con sus vecinos más próximos. Según se juegue con más o menos vecinos el resultado puede variar, por lo que se consideran varias situaciones. En primer lugar cada vecino juega con sus cuatro vecinos más próximos, el superior, el inferior, el izquierdo y el derecho. En caso de que no disponga de vecino en una de las posiciones, jugará con el vecino del otro extremo de la red, así cuando a un vecino de la fila superior le toque jugar contra su vecino superior, lo hará con el vecino de la última fila situado en su misma columna.

También se considera el caso donde cada vecino juega, además de con los cuatro anteriores, con los vecinos situados en las cuatro diagonales. Por último se analizarán ciertos casos considerando 12 y 24 vecinos.

- **Regla de evolución**

Una vez que todos los jugadores han terminado de jugar tienen el capital acumulado que han ido obteniendo de los diferentes juegos. En este momento se actualizarán sus umbrales de una de las siguientes formas:

- Regla de imitación incondicional: Cada jugador comprueba el capital total acumulado por cada uno de sus vecinos, y copia los umbrales del jugador con mayor capital en caso de que haya obtenido un capital mayor al suyo.

- Regla de actualización proporcional: En este caso se elige un sólo vecino al azar de entre todos contra los que ha jugado, y en caso de que el capital de este sea mayor, copiará su estrategia con una cierta probabilidad. Esta probabilidad aumenta proporcionalmente según a la diferencia de los pagos obtenidos por cada uno es mayor.

Una vez que todos los jugadores han revisado sus umbrales los capitales son fijados nuevamente a 0.

2.4. Presentación de resultados

Una vez han convergido todos los individuos y no se producen nuevos cambios de los umbrales se da por terminado el juego. Al final del trabajo se presentan en el Anexo I los resultados obtenidos para cada uno de los diferentes casos estudiados. En el siguiente apartado se comentan las observaciones más importantes que se pueden extraer de los diferentes casos.

3. SIMULACIONES CON UN ÚNICO UMBRAL

En este apartado se estudian los resultados del caso en que únicamente se considera un umbral, de tal manera que los umbrales de ofrecimiento y aceptación son iguales.

Para tener una muestra suficientemente grande, para cada caso el experimento se realizará 10.000 veces. Cada experimento se da por finalizado cuando en 2 rondas consecutivas los umbrales de todos los jugadores no han sufrido ninguna modificación.

3.1. Simulaciones con imitación incondicional y jugando con 4 vecinos

En este apartado se muestran los resultados de simulaciones realizadas considerando que cada vecino juega con sus vecinos superior, inferior, izquierdo y derecho. La regla de actualización es imitación incondicional.

En la siguiente tabla se muestra la media y la desviación típica de las medias obtenidas en cada uno de los 10.000 experimentos. La red está formada por 100 jugadores (10x10) y se han considerado 3 cantidades a repartir: 50, 20 y 10.

	50		**20**		**10**	
	μ	**σ**	**μ**	**σ**	**μ**	**σ**
Sin sorteo	16.40	2.01	6.79	0.85	3.55	0.44
Con sorteo	18.05	3.02	7.34	1.40	3.63	0.62

Tabla 3.1.1: Media y desviación típica para m=50, m=20 y m=10 en red 10x10

Se puede observar como para el caso sin sorteo la media se encuentra en torno al 34% de la cantidad total a repartir, y es algo superior (36%) en el caso de que si se realice sorteo. Estos valores son muy superiores a la solución racional del juego del ultimátum, en el que dicho umbral bajaría a 1, ya que es preferible recibir 1 a nada. Pero aún siendo esta la solución racional, como se comenta en la introducción, existen una gran cantidad de estudios que muestran que los seres humanos no juegan de esta manera, sino que ofrecen cantidades superiores al 40%, y de la misma forma no aceptan proposiciones menores al 30%. Los resultados obtenidos concuerdan con las observaciones experimentales.

La desviación típica obtenida disminuye según se disminuye también la cantidad a repartir, debido a que la media obtenida en cada caso también es menor. A su vez la desviación típica es mayor en el caso con sorteo que sin sorteo.

Las figuras presentadas a continuación muestran el histograma de umbrales, es decir, la distribución media de individuos según el umbral de cada uno. A la izquierda se muestra la distribución para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo.

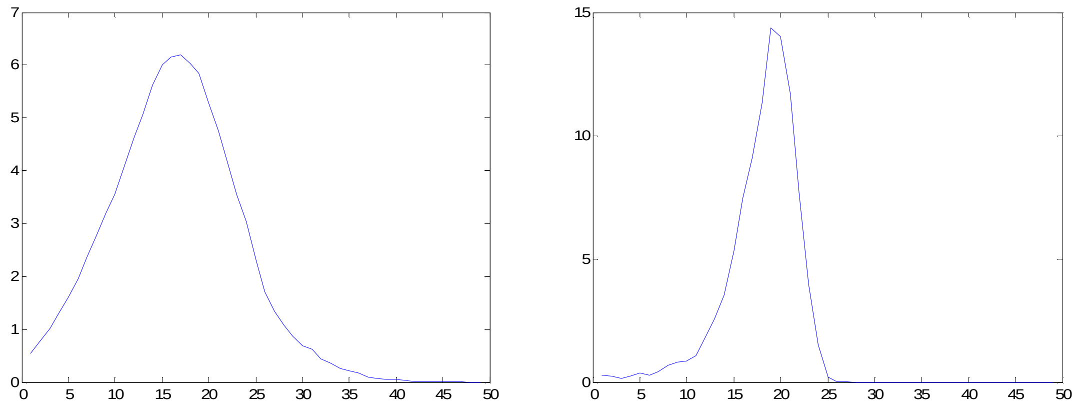


Figura 3.1.1 Distribución de los 100 individuos según su umbral final con m =50. A la izquierda para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo

No hay una diferencia muy significativa en los valores medios de los umbrales entre ambas situaciones, pero sí se aprecian diferencias importantes en cuanto a la distribución de los individuos en los diferentes umbrales. Los individuos se distribuyen en una campana tal y como se observa en las figuras, de tal forma que en el caso con sorteo el rango de umbrales es menor. Hay una diferencia importante en el resultado de los experimentos entre el caso con sorteo y sin sorteo, y se encuentra en que para el caso con sorteo todos los individuos de la red terminan convergiendo al mismo umbral. Esto se debe a que al realizar el sorteo, un individuo no siempre juega de la misma forma con sus vecinos, resultando la convergencia de los umbrales mucho más lenta y consiguiendo que todos los individuos acaben con el mismo umbral. De hecho, el número de iteraciones necesario para la convergencia es mucho mayor en el caso con sorteo. Así, es lógico pensar que al converger todos al mismo umbral, éste pueda estar más próximo a la media de todos los experimentos, como se muestra en la figura.

Otra diferencia importante es la no existencia de simulaciones en las que el umbral final sea superior al 50% para el caso con sorteo, mientras que en el caso sin sorteo la distribución es mucho más suave. La razón puede deberse a que individuos con umbrales elevados son fuertemente penalizados, ya que aunque tienen muchas posibilidades de que se acepte la cantidad que ofrecen, el capital obtenido no es muy elevado, y por tanto tenderán a copiar estrategias que les reporten más beneficios. Sobrevivirán cuando los umbrales de los vecinos sean también elevados. Por el contrario, como puede observarse, esta penalización anterior no es tan fuerte para los individuos con umbral bajo, y se da el caso de simulaciones en las que sí se llega a converger a umbrales pequeños.

También es interesante saber como queda el mapa final de la red de individuos según los umbrales finales a los que ha convergido cada uno. Para ello mostramos la situación final de los umbrales de cada jugador según un mapa de colores, con una barra de colores a la derecha que indica a que umbral corresponde cada color.

Las siguientes figuras muestran la situación final alcanzada para una simulación con reparto de 50, mostrando el caso sin sorteo a la izquierda, y con sorteo a la derecha.

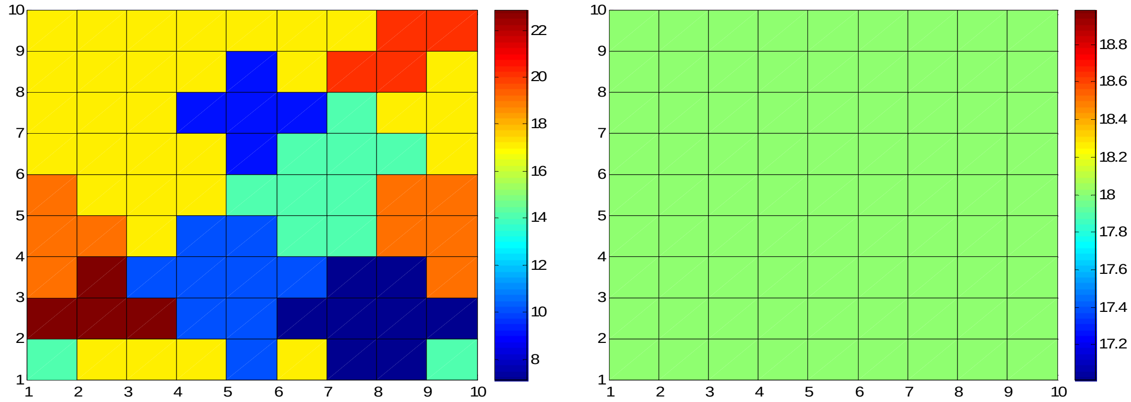


Figura 3.1.2 Mapa de umbrales finales para el caso sin sorteo a la izquierda y con sorteo a la derecha

En el caso sin sorteo las regiones tienen forma escalonada; esto era de esperar, ya que se juega con los vecinos laterales, superior e inferior. También se aprecia el hecho de que no hay individuos con umbrales superiores al 50%, mientras que si sobreviven jugadores con umbrales menores al 20% de la cantidad total a repartir. Como se ha comentado anteriormente el umbral es el mismo para todos los jugadores en el caso en que se aplica sorteo.

3.2. Simulaciones con imitación incondicional y jugando con 8 vecinos

En este apartado se estudian los resultados obtenidos de simulaciones en las que, además de tener en cuenta a los vecinos laterales, superior e inferior, se jugará con los vecinos situados en las cuatro diagonales.

En la siguiente tabla se muestra la media y la desviación típica de todas las medias obtenidas en cada uno de los experimentos. La red está formada por 100 jugadores (10x10) y se han considerado 3 cantidades a repartir, 50, 20 y 10.

	50		20		10	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Sin sorteo	16.10	2.36	6.66	0.98	3.48	0.51
Con sorteo	15.48	4.48	6.25	1.71	3.13	0.80

Tabla 3.2.1: Media y desviación típica para m=50, m=20 y m=10 en red 10x10

Comparando las tablas obtenidas para el caso en que se juega con y sin vecinos en la diagonal, la principal diferencia que se observa es que todos los valores de las medias son inferiores al primer caso. Esto parece lógico, ya que al jugar contra un mayor número de individuos, la penalización que comentábamos anteriormente de los individuos con umbrales altos se acentúa, desapareciendo con mayor facilidad. Esta disminución es mucho más notable para el caso en que se realiza sorteo, y esto es debido a que en cada experimento todos los individuos convergen a un mismo umbral.

A continuación mostramos la distribución de los individuos media en cada umbral, considerando 50 la cantidad a repartir. A la izquierda se muestra la distribución para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo.

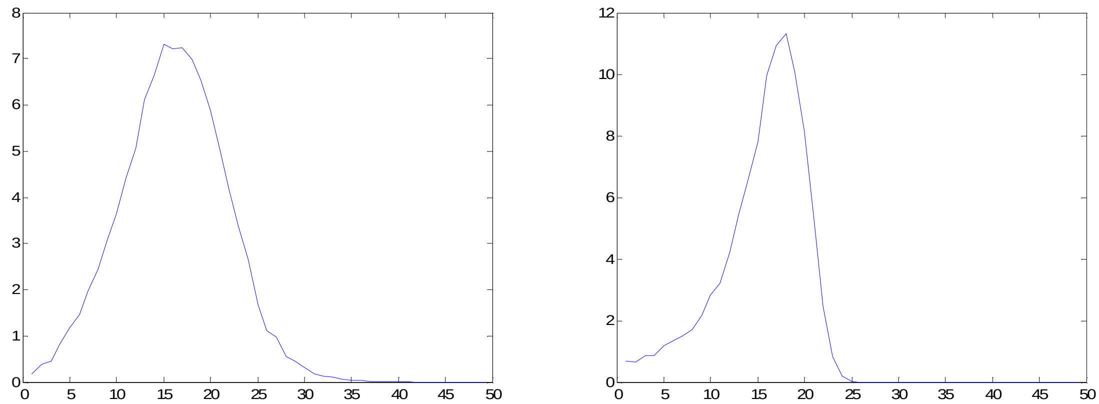


Figura 3.2.1 Distribución de los 100 individuos según su umbral final con m=50. A la izquierda para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo

Observando estas figuras y las mostradas en el apartado anterior se comprueba que efectivamente las campanas se han desplazado hacia valores inferiores. Para el caso sin sorteo la campana es más estrecha, los individuos con umbrales altos desaparecen a partir de 35, mientras que cuando no se consideraba la diagonal llegaban a 40. Y el pico aumenta de 6 a 7 individuos. Otro aspecto importante que se observa para el caso con sorteo es que aumentan los experimentos en los que se converge finalmente a umbrales pequeños, siendo la caída de la campana por la izquierda más suave. Esto hace pensar que al aumentar el número de individuos contra los que se juega salen beneficiados individuos con umbrales pequeños, acercándose a la solución racional.

Al igual que en el caso anterior mostramos la situación final de los umbrales. A la izquierda para el caso sin sorteo y a la derecha con sorteo.

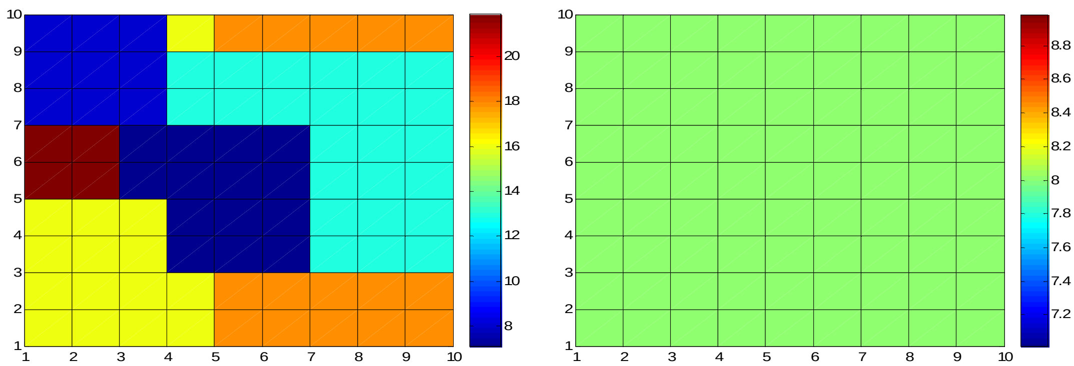


Figura 3.2.2 Mapa de umbrales finales para el caso sin sorteo a la izquierda y con sorteo a la derecha

En este caso las regiones pasan a ser rectangulares, efecto que era de esperar debido a que ahora también se juega con los vecinos situados en las 4 diagonales.

También se observa que hay regiones que convergen a umbrales en torno al 30%, otras a umbrales medios-bajos, pero son muy pocos los individuos con umbrales altos. En general el número de regiones con umbrales distintos es menor en este caso que cuando no se jugaba con vecinos diagonales, resultado lógico ya que al jugar contra más individuos los umbrales convergen más rápidamente y a zonas más extensas. Para el caso con sorteo, todos los individuos convergen al mismo umbral, aumentándose el número de casos en que se converge a umbrales pequeños.

3.3. Simulaciones con imitación incondicional y jugando con 12 y 24 vecinos

Debido al efecto de disminución en la media de los umbrales que aparecía al aumentar el número de vecinos de 4 a 8, se realizó el estudio con la cantidad a repartir de 50 y aumentando nuevamente el número de vecinos a 12 y 24, como siempre eligiendo a los vecinos más próximos.

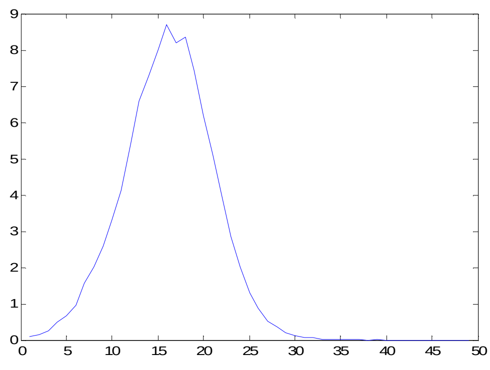
En la siguiente tabla se recogen los resultados de media y desviación típica de los umbrales para los diferentes casos en una red de 100 individuos.

	Sin Sorteo		**Con Sorteo**	
	μ	**σ**	**μ**	**σ**
4 vecinos	16.40	2.01	18.05	3.02
8 vecinos	16.10	2.36	15.48	4.48
12 vecinos	16.07	2.73	15.25	4.54
24 vecinos	15.81	3.47	15.67	4.70

Tabla 3.3.1: Media y desviación típica para Red 10x10 con m=50 jugando con 4, 8, 12 y 24 vecinos

Como se pensaba, la media continúa disminuyendo según se incrementa el número de vecinos con los que juega cada jugador. Sin embargo, en un principio se pensó que la disminución sería más rápida y se acercaría a la solución racional, es decir, al umbral 1. No está claro el motivo de esta discrepancia pero aclararlo requeriría un volumen de simulaciones que excede el objeto de este proyecto, quedando como una cuestión abierta para futuras investigaciones.

A continuación se muestran las distribuciones de individuos para el caso de 12 y 24 vecinos en el caso sin sorteo.



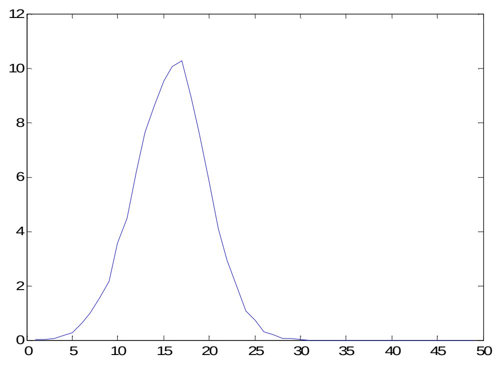


Figura 3.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 12 vecinos a la izquierda y 24 a la derecha. m=50 SIN SORTEO

Si observamos estas dos figuras y las comparamos con el caso sin sorteo y considerando 4 y 8 vecinos, se aprecia como los individuos se concentran cada vez más en torno a la media, manteniéndose la simetría de la campana en todos los casos.

Veamos que ocurre jugando con 12 y 24 vecinos en el caso con sorteo

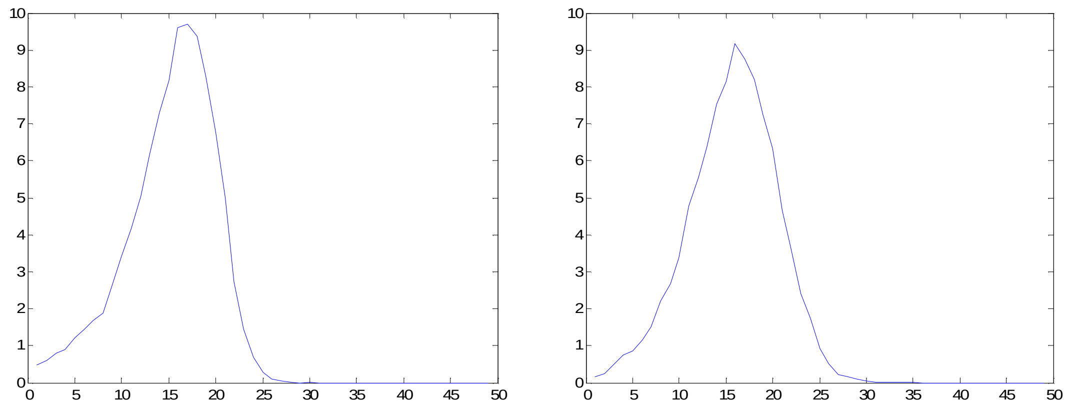


Figura 3.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 12 vecinos a la izquierda y 24 a la derecha. m=50 CON SORTEO

En el caso con sorteo se observa un efecto contrario al caso sin sorteo: mientras que sin sorteo los individuos se concentran más en torno a la media según se aumenta el número de vecinos con los que se juega, en el caso con sorteo el número de individuos situados en la moda de la distribución de umbrales va disminuyendo, resultando una campana más suave y simétrica, que indica una mayor dispersión de los umbrales a los que se converge en las diferentes simulaciones. Esto puede deberse a que la proporción de individuos respecto del total con los que juega cada individuo empieza a ser importante (25% en el caso de 100 individuos). De hecho, tal y como se puede observar en las siguientes figuras, si se aumenta el número total de individuos de la red y se mantienen 12 y 24 vecinos, vuelve a aparecer una concentración mayor de los individuos en torno a la moda, así como un aumento en el número de experimentos donde se converge a umbrales pequeños.

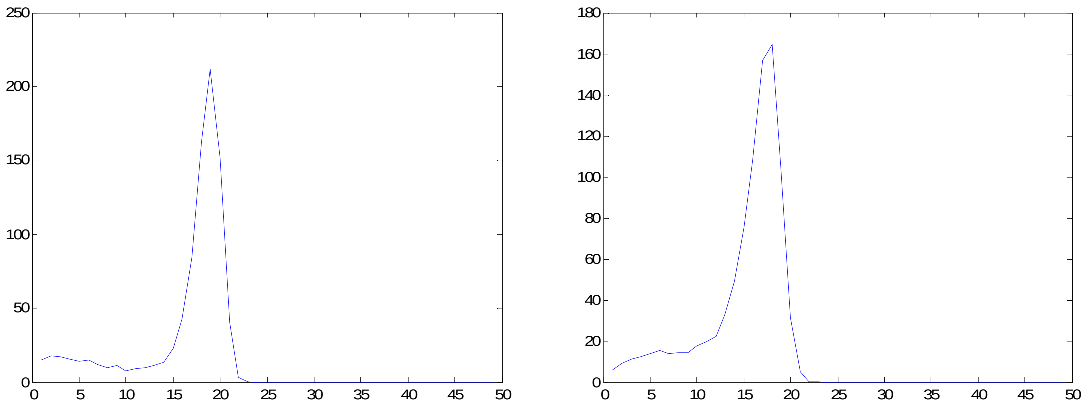


Figura 3.3.3: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y 900 jugadores (30x30), para 12 vecinos a la izquierda y 24 a la derecha

3.4. Simulaciones con regla de actualización proporcional y jugando con 4 vecinos

En este apartado se modifica la forma en la que los individuos heredan el umbral de sus vecinos. Mientras que antes se miraba el capital de los vecinos y se copiaba el umbral del vecino con capital mayor, ahora se elige en primer lugar un vecino aleatoriamente, y sólo si el capital obtenido por este es superior, se copiará el umbral del mismo con probabilidad proporcional a la diferencia entre sus pagos.

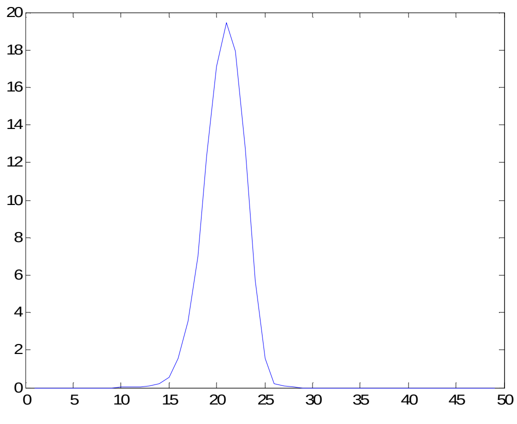
En esta tabla se muestra la media y desviación típica utilizando una regla de actualización proporcional en una red 10x10 y teniendo en cuenta a los vecinos superior, inferior, izquierdo y derecho y considerando como cantidades a repartir 50, 20 y 10.

	50		**20**		**10**	
	μ	**σ**	**μ**	**σ**	**μ**	**σ**
Sin sorteo	21.21	1.70	8.36	0.73	4.04	0.34
Con sorteo	21.24	1.85	8.36	0.78	4.05	0.37

Tabla 3.4.1: Media y desviación típica para m=50, m=20 y m=10 en red 10x10 y actualización proporcional

Al comparar estos datos con los obtenidos en el caso en que no se aplicaba actualización proporcional, lo primero que llama la atención es que los valores de las medias obtenidas para el caso con sorteo y sin sorteo son prácticamente iguales. Esto se debe a que ahora para el caso sin sorteo, aunque no se sortea si el jugador es proponente o respondedor, se añade un factor de aleatoriedad a la hora de heredar los umbrales, que provoca que la situación de convergencia se alcance cuando todos los individuos han convergido al mismo umbral. Así, las dos situaciones, con y sin sorteo, ofrecen resultados muy parecidos.

Otro aspecto importante es el aumento que se produce del valor medio en cada caso, mayor lógicamente en el caso sin sorteo. La distribución para el caso sin sorteo y con sorteo se muestra a continuación.



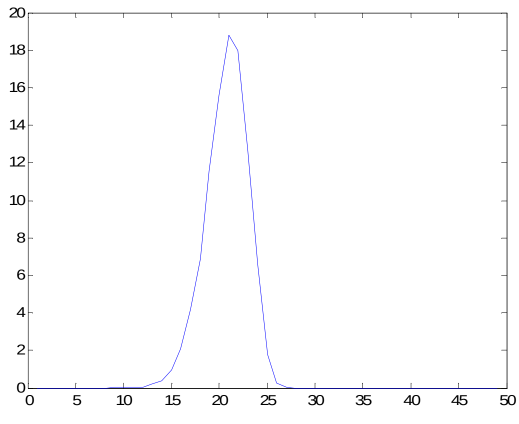


Figura 3.4.1 Distribución de los 100 individuos según su umbral final con m=50. A la izquierda para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo

Se puede comprobar que la distribución en ambos casos es prácticamente idéntica. Pero sí que hay diferencias si se comparan con las distribuciones donde no se aplicaba distribución proporcional. Se observa como ahora han desaparecido por completo las poblaciones que convergen a valores pequeños, comenzando a aparecer poblaciones a partir del 25% de la cantidad máxima a repartir. Tampoco se converge a valores superiores al 60%.

Como se ha comentado antes, al introducir un nuevo factor de aleatoriedad, ahora tanto para el caso sin sorteo como con sorteo, todos los individuos de la red acaban convergiendo a un mismo umbral.

En los resultados finales también se presentan las simulaciones considerando también a los cuatro vecinos situados en las diagonales, obteniéndose resultados semejantes. La media al considerar los vecinos diagonales, al igual que ocurría en imitación incondicional, resulta algo inferior respecto al caso en que se consideran 4 vecinos.

3.5. Simulaciones con imitación incondicional, jugando con 4 vecinos y considerando diferentes dimensiones de la red (20x20, 30x30 y 40x40)

En este apartado analizaremos que ocurre cuando aumentamos el número de jugadores de la red cuadrada. Para ello estudiaremos situaciones considerando 100, 400, 900 y 1600 individuos (Red 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40) y m=50.

	Sin Sorteo		**Con Sorteo**	
	μ	**σ**	**μ**	**σ**
10x10	16.40	2.01	18.05	3.02
20x20	16.38	0.99	20.66	3.76
30x30	16.38	0.66	20.10	5.65
40x40	16.38	0.50	18.74	7.42

Tabla 3.5.1: Media y desviación típica para red 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40 con m=50 jugando con 4 vecinos

Según los datos de la tabla la evolución de los umbrales medios no se comporta igual en el caso con sorteo y sin sorteo. Para el caso sin sorteo el valor medio de los umbrales de los experimentos se mantiene constante aunque se aumente el tamaño de la red, aunque sí se observa una disminución de la desviación típica, debida a que la campana sigue comprendida entre los mismos umbrales, mientras que se aumenta el número de individuos. Sin embrago, para el caso con sorteo sí hay diferencia en las medias para cada caso, aumentando en un primer momento y disminuyendo después, comportamiento que se comprende observando las distribuciones resultantes en cada caso.

Distribuciones para 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40 para el caso sin sorteo

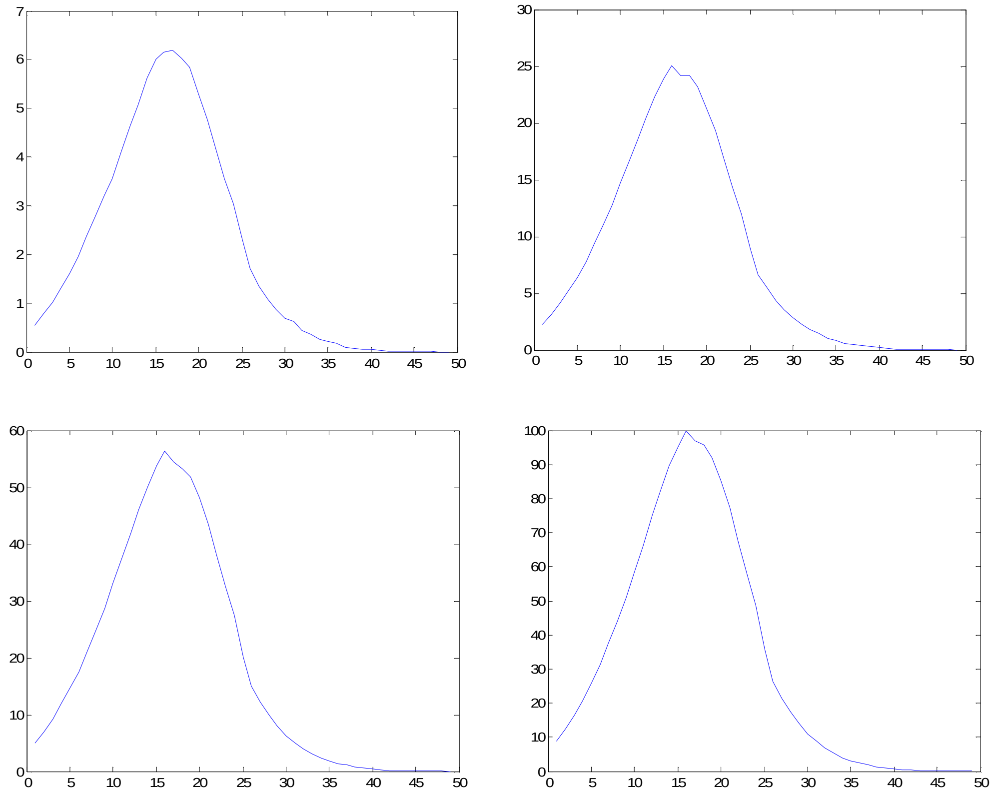


Figura 3.5.1 Distribución de los individuos según su umbral final para el caso en que no se considera sorteo, y para 100, 400, 900 y 1600 jugadores

Como se observa, no hay individuos con umbral por encima de 40 en ningún caso, y la distribución que siguen es la misma, diferenciándose únicamente en el valor del máximo que hace disminuir la desviación típica (7, 30, 70 y 120 respectivamente).

Distribuciones para 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40 para el caso con sorteo

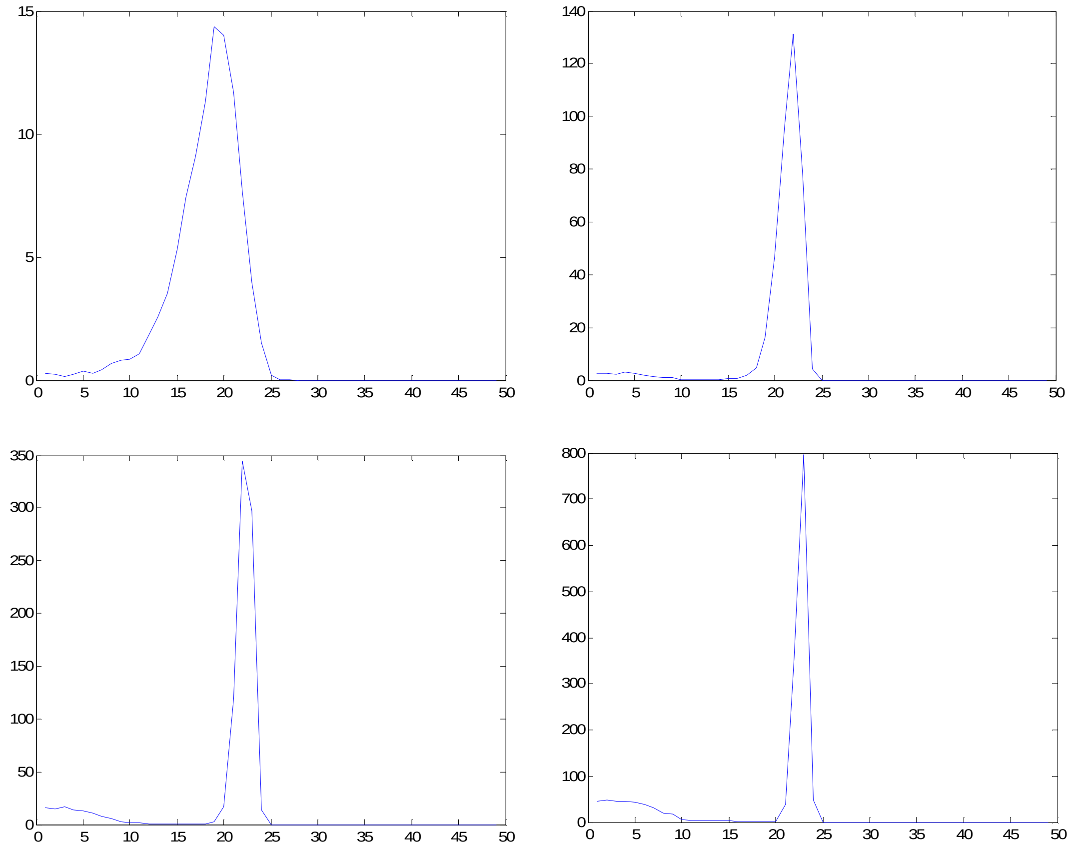


Figura 3.5.2 Distribución de los individuos según su umbral final para el caso en que si se considera sorteo, y para 100 (10x10), 400 (20x20), 900 (30x30) y 1600 (40x40) jugadores

Para el caso con sorteo sí que aparecen diferencias notables según se va aumentando el tamaño de la red. Por un lado cada vez se reduce más el margen de umbrales a los que converge la población, dando lugar a un estrechamiento importante de la campana, así como un ligero desplazamiento a valores más bajos. Por otro lado aparece un lóbulo secundario centrado en umbrales muy pequeños (en torno a 5) que va tomando cada vez mayor importancia. Según se aumenta la dimensión de la red aparecen 2 tipos de poblaciones muy diferenciadas, una enormemente mayoritaria que converge a valores en torno al 44% del capital total, y una proporción pequeña de poblaciones que terminan convergiendo cerca de la solución racional(umbral 1).

En los dos gráficos siguientes se muestran 3 ejemplos de situaciones finales para el caso sin sorteo y dimensiones 20x20, 30x30 y 40x40. Como puede verse no se aprecian diferencias importantes en las regiones según se aumenta el tamaño. El caso con sorteo no se muestra ya que todos los individuos convergen al mismo umbral.

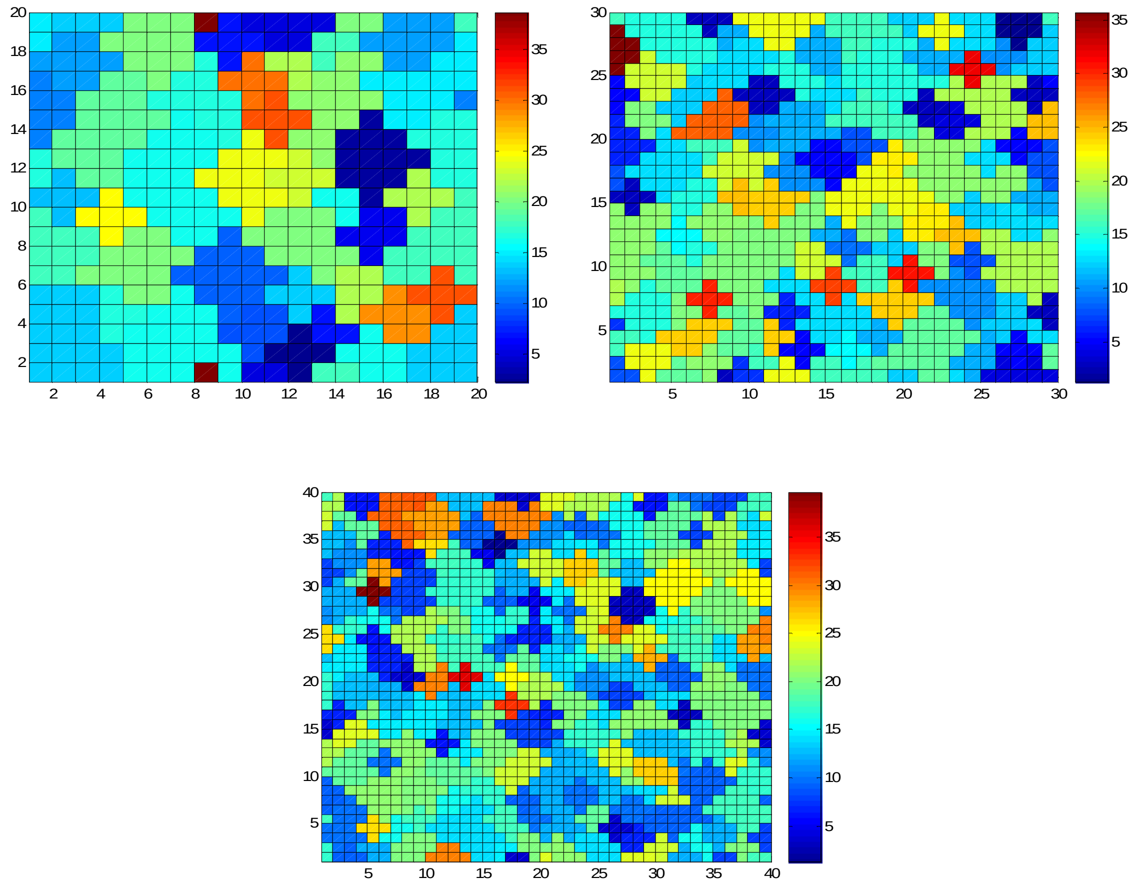


Figura 3.5.3 Mapa de umbrales finales para el caso sin sorteo y para 400 (20x20), 900 (30x30) y 1600 (40x40) jugadores

4. SIMULACIONES CON DOS UMBRALES

En este apartado las simulaciones pasan a realizarse considerando que cada individuo posee dos umbrales: uno de proposición, que es la cantidad que un usuario ofrece cuando juega como proponente, y otro de aceptación, que indica la cantidad mínima que un jugador acepta en el caso de jugar como respondedor. La distribución de ambos umbrales entre los jugadores será totalmente aleatoria, pudiendo un individuo tener un umbral de aceptación superior al que él mismo sería capaz de ofrecer, es decir, que si jugara contra si mismo no aceptaría. Será el propio juego el que nos muestre si esta situación termina presentándose o no.

En este caso el número de posibles individuos con umbrales diferentes es mucho mayor al caso anterior, así para la cantidad a repartir m=50 pasa de haber 50 individuos diferentes a haber 2500 (50x50). Por lo tanto, para tener una muestra suficientemente grande, para cada caso el experimento se realizará 40.000 veces, aportando este valor resultados suficientemente precisos. Un experimento se da por finalizado cuando en 2 rondas consecutivas los dos umbrales de cada jugador no sufren ninguna modificación.

4.1. Simulaciones con imitación incondicional y jugando con 4 vecinos

Umbrales medios ofrecidos y aceptados obtenidos utilizando 50 como cantidad máxima a repartir en una red de 100 jugadores (10x10)

Umbral ofrecido	**μ**	**σ**	**Umbral aceptado**	**μ**	**σ**
Sin sorteo	13.99	4.40	**Sin sorteo**	9.47	5.40
Con sorteo	14.52	3.59	**Con sorteo**	9.69	4.18

Tabla 4.1.1: Media y desviación típica de los umbrales ofrecido y aceptado para m=50 en red 10x10

El primer aspecto que cabe destacar de estas simulaciones realizadas separando los umbrales de ofrecimiento y aceptación, es la obtención de umbrales medios de ofrecimiento mayores a los de aceptación en ambos casos. Este aspecto era de esperar, resultaría extraño encontrar individuos que ofreciesen una cantidad que ellos mismos no estuviesen dispuestos a aceptar, aunque sí se observa algún caso aislado, que por su frecuencia no merece la pena estudiar, donde esto ocurre.

El umbral medio de ofrecimiento es inferior al obtenido cuando sólo se consideraba un umbral, pasando a situarse en el 30% de la cantidad considerada. Los umbrales aceptados se encuentran en torno al 20%, situándose el máximo en 1, coincidiendo de esta forma con la situación racional. A continuación se muestran las distribuciones de ambos umbrales para el caso sin sorteo y con sorteo.

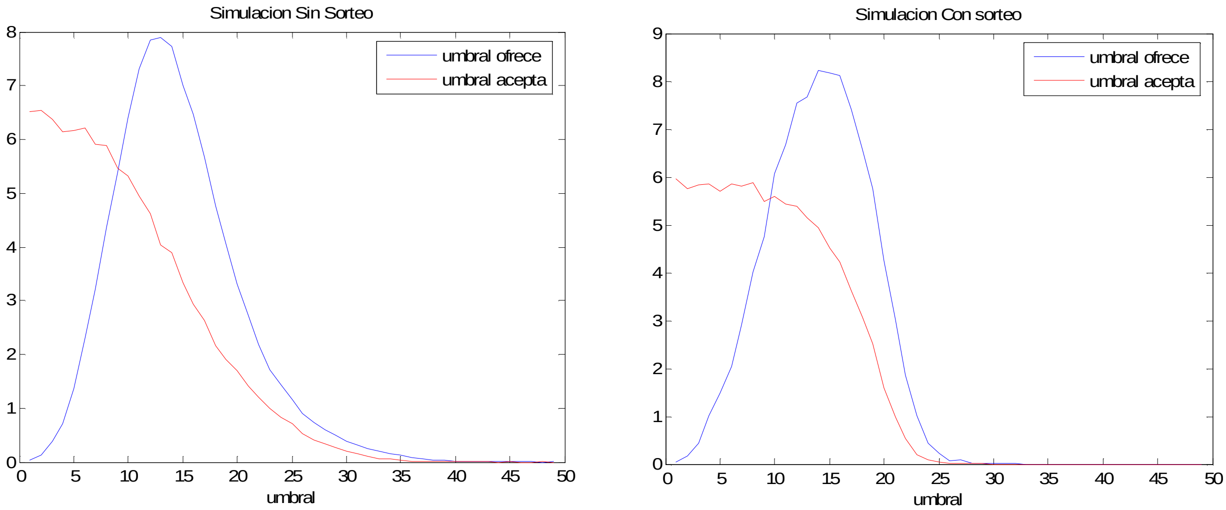
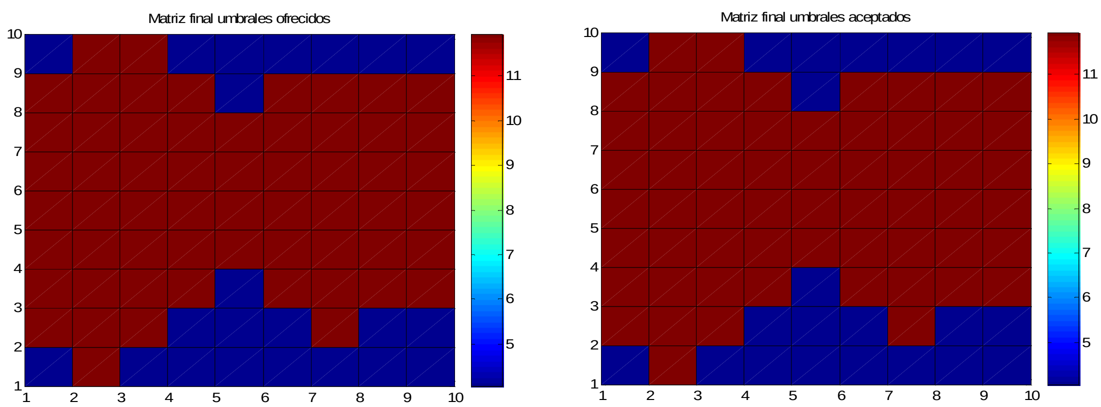


Figura 4.1.1 Distribución de los 100 individuos según su umbral final para m =50. A la izquierda para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo

En la distribución de los individuos según los umbrales se observa que ambas curvas, con sorteo y sin sorteo, se asemejan más que cuando se consideraba un sólo umbral. En la del umbral ofrecido, para el caso sin sorteo la caída de la curva hacia valores superiores es más suave, existiendo individuos hasta prácticamente el umbral 40, mientras que para el caso con sorteo es raro encontrar individuos en una población con un umbral por encima de 25.

Si nos fijamos en la curva del umbral aceptado, ambas tienen el máximo en el umbral de aceptación racional (umbral 1). Nuevamente la caída para el caso sin sorteo es más suave que en el caso con sorteo, y esto se debe a que en el caso con sorteo la situación de convergencia se produce cuando todos los individuos tienen el mismo umbral.

A continuación mostramos un ejemplo de los mapas finales, tanto de los umbrales ofrecidos como aceptados para el caso con sorteo y sin sorteo



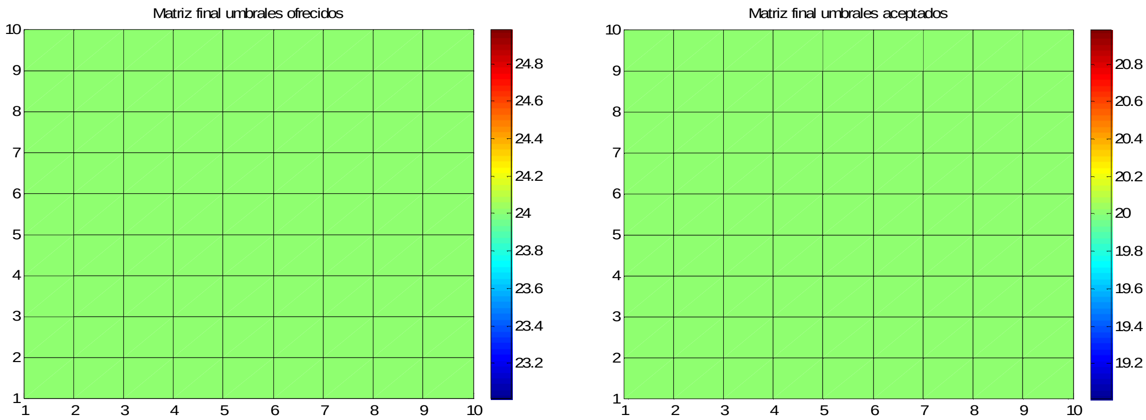


Figura 4.1.2 Mapa de umbrales finales ofrecido y aceptado con m=50 y 100 jugadores. Sin sorteo arriba y con sorteo abajo

Como se comentó anteriormente, en ambos casos todos los jugadores tienen un umbral de ofrecimiento mayor al de aceptación, resultado que está en concordancia con las conclusiones de estudios reales. Además, se comprueba que las regiones en que se distribuyen los individuos, tanto para ofrecimiento como aceptación, son iguales, esto es lógico ya que al copiar los umbrales de los vecinos se copian ambos a la vez.

Al igual que ocurría en el caso de un umbral, todos los individuos convergen a los mismos umbrales en el caso con sorteo.

4.2. Simulaciones con regla de actualización proporcional y jugando con 4 vecinos

En este apartado se estudia el caso en que los jugadores actualizan sus umbrales mediante la regla de actualización proporcional.

En la siguiente tabla se recoge la media y desviación típica en una red 10x10 jugando con 4 vecinos y considerando m=50.

Umbral ofrecido	**μ**	**σ**	**Umbral aceptado**	**μ**	**σ**
Sin sorteo	15.56	3.98	**Sin sorteo**	11.53	5.68
Con sorteo	15.57	4.01	**Con sorteo**	11.37	5.78

Tabla 4.2.1: Media y desviación típica de los umbrales ofrecido y aceptado para m=50 en red 10x10 y actualización proporcional

Al igual que ocurría para el caso de un umbral los valores medios pasan a ser iguales independientemente de realizarse o no sorteo, y esto se debe al factor de aleatoriedad introducido.

En las siguientes gráficas mostramos las distribuciones de los umbrales ofrecido y aceptado.

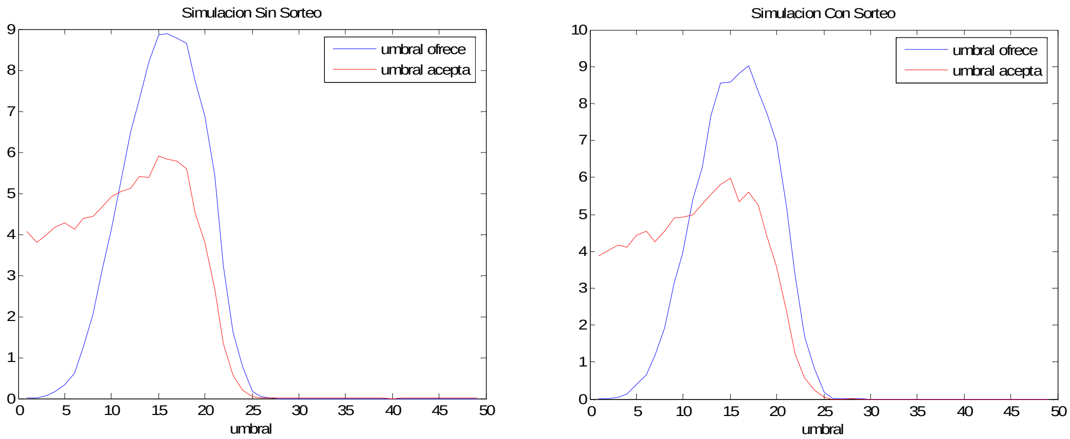


Figura 4.2.1 Distribución de los 100 individuos según su umbral final para m =50. A la izquierda para el caso sin sorteo y a la derecha el caso con sorteo

Como ocurría en el caso de un umbral, al introducir la regla de actualización proporcional ambas distribuciones se comportan igual. Otro factor importante es ver como el umbral aceptado pasa de tener el máximo en 1, a centrarse en el valor máximo del umbral ofrecido, hecho que ocurre en el caso con sorteo cuando se utiliza imitación incondicional y se aumenta la dimensión de la red a 400 jugadores.

4.3. Simulaciones con imitación incondicional, jugando con 4 vecinos y considerando diferentes dimensiones de la red (20x20, 30x30 y 40x40)

En este apartado analizaremos que ocurre cuando aumentamos el número de jugadores de la red cuadrada. Para ello estudiaremos situaciones considerando 100, 400, 900 y 1600 individuos (Red 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40). En todos los casos la cantidad a repartir es 50.

En la siguiente tabla se muestran las medias y desviaciones típicas para todas las dimensiones, tanto para el caso con sorteo como sin sorteo.

	Sin Sorteo		**Con Sorteo**	
	μ ofrecido/aceptado	**σ ofrecido/aceptado**	**μ ofrecido/aceptado**	**σ ofrecido/aceptado**
10x10	13.99/9.47	4.40/5.40	14.52/9.69	3.59/4.18
20x20	11.20/8.70	2.39/2.73	14.08/12.16	4.22/5.36
30x30	10.20/8.38	1.83/2.05	16.15/15.11	3.66/4.37
40x40	9.71/8.24	1.51/1.65	17.82/17.18	2.88/3.27

Tabla 4.3.1: Media y desviación típica para los umbrales ofrecido y aceptado en una red 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40 con m=50 y jugando con 4 vecinos

Se produce un efecto interesante, y es que resulta que mientras en el caso sin sorteo los dos umbrales medios se van reduciendo según se aumenta el número de individuos de la red, para el caso en que se realiza el sorteo ocurre lo contrario, las medias de ambos umbrales se van haciendo mayores. En ambos casos, cuando se aumenta el tamaño de la red la diferencia entre los umbrales ofrecidos y aceptados va disminuyendo, siendo ambos prácticamente idénticos en el caso de 1600 jugadores.

A continuación mostramos las distribuciones para 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40 para el caso sin sorteo.

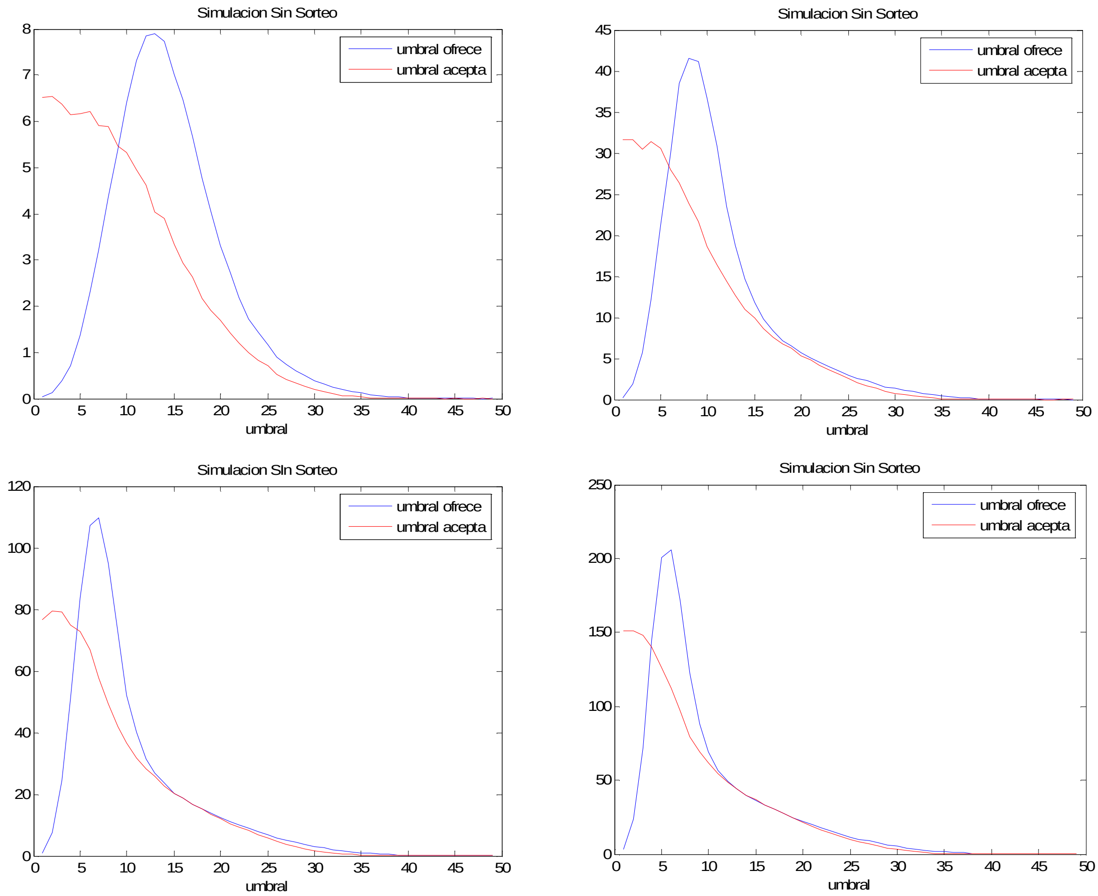


Figura 4.3.1 Distribución de los individuos según su umbral final para el caso en que no se considera sorteo, y para 100 (10x10), 400 (20x20), 900 (30x30) y 1600 (40x40)

Para el caso en que no se realiza sorteo, se observa como no existe una gran diferencia según se va aumentando la dimensión de la red. Sí es cierto que para el umbral ofrecido, la media va disminuyendo, moviéndose la curva hacia valores inferiores, y provocando una asimetría, de tal manera que la caída de individuos con valores superiores a la media es suave hasta el umbral 40. El umbral aceptado también se reduce ligeramente según se aumenta la dimensión, pero se conserva la forma de la distribución.

En la siguiente página se muestran las distribuciones para 10x10, 20x20, 30x30 y 40x40 en el caso con sorteo:

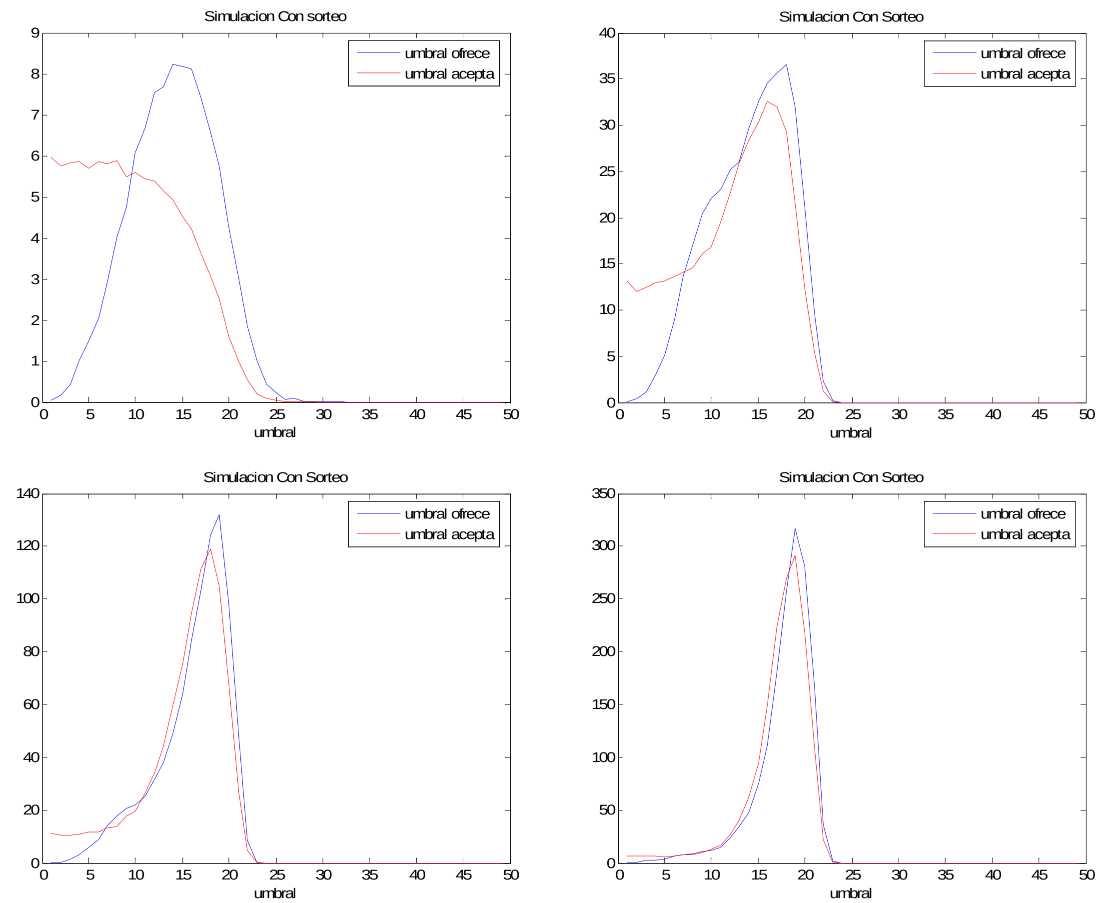


Figura 4.3.2 Distribución de los individuos según su umbral final para el caso en que si se considera sorteo, y para 100 (10x10), 400 (20x20), 900 (30x30) y 1600 (40x40)

Para el caso sin sorteo si que se producen diferencias muy significativas a medida que se aumenta la dimensión, y es que el umbral de aceptación pasa de tener el máximo en el valor racional a comportarse de igual forma que el umbral ofrecido. De hecho, en la figura que muestra la distribución para dimensión 40x40 ambas curvas son prácticamente iguales, y se obtienen valores semejantes a los obtenidos al considerar un solo umbral con dimensión 10x10. Esto puede ser debido a que en la situación con sorteo no se finaliza la simulación hasta que los umbrales han convergido, y en este caso hay que tener en cuenta que hay 50x50 individuos diferentes, por lo que la convergencia es mucho más lenta, y provoca que individuos con umbrales pequeños terminen por desaparecer.

A continuación mostramos un ejemplo de los mapas finales, tanto de los umbrales ofrecidos como aceptados para el caso sin sorteo y para 400 (20x20), 900 (30x30) y 1600 (40x40) jugadores. Para el caso con sorteo no los mostramos, ya que como ocurre en casos anteriores todos los individuos convergen a los mismos umbrales.

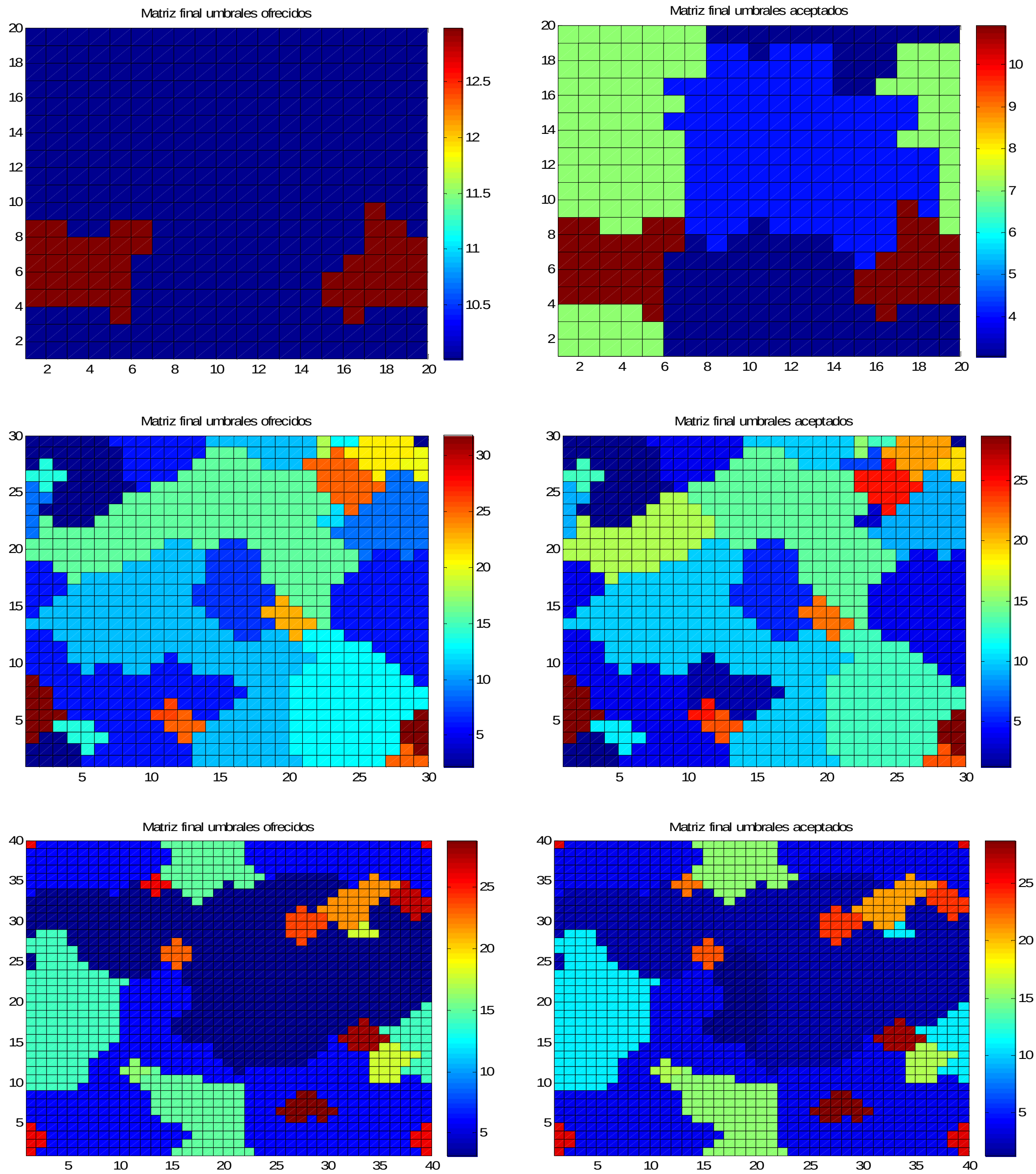


Figura 4.3.3 Mapa de umbrales finales para el caso sin sorteo a la izquierda y para 400 (20x20), 900 (30x30) y 1600 (40x40) jugadores

5. CONCLUSIONES

Según la teoría de juegos, el equilibrio de Nash del juego del ultimátum consiste en ofrecer la mínima cantidad posible en caso de jugar como proponente y también en la de aceptar cualquier oferta en caso de jugar como respondedor. El equilibrio de Nash muestra como deberían jugar los individuos si lo hacen de una forma racional, y además, el individuo que juega como proponente sabe que el respondedor actuará también racionalmente. Como se comentó en la Introducción, los individuos no nos comportamos racionalmente a la hora de jugar al juego del ultimátum, y es esta la razón que motiva el gran número de estudios sobre el tema, que intentan entender el origen evolutivo de las estrategias no racionales.

Son dos las razones principales por las que no se actúa racionalmente. Por un lado parece estar el comportamiento altruista del ser humano, que hace que el primer individuo ofrezca una cantidad mayor que la mínima por el beneficio común de la sociedad. Por otro lado, encontramos el temor del primer jugador a que el segundo jugador rechace la oferta por considerar que es egoísta. En un primer momento cabe pensar que la segunda opción es la que motiva a ofrecer cantidades superiores a la mínima: sin embargo, existe una variación del juego del ultimátum, el juego del dictador, donde el primer jugador propone el reparto y este se realiza sin llegar a preguntar al segundo, y aunque la cantidad ofrecida desciende, sigue siendo superior a la cantidad mínima o nula.

En este trabajo se parte de una situación inicial en la no se presupone ningún comportamiento por parte de los individuos de una población, de tal manera que los umbrales, las cantidades que van a ofrecer o aceptar, son fijados aleatoriamente según una distribución uniforme entre las cantidades mínima y máxima. Es la interacción entre ellos, mediante el juego del ultimátum, la que va haciendo que los individuos modifiquen sus umbrales para intentar conseguir un beneficio mayor.

Atendiendo a los resultados obtenidos en 3.1, en los que se realizan simulaciones con un único umbral e imitación incondicional, se puede ver como los umbrales finales de los individuos convergen a valores que se sitúan por encima del 30% en la mayoría de las ocasiones. Este resultado está en buen acuerdo con el obtenido en el estudio de Page, Nowak y Sigmund (2000), en el que se obtenía en simulaciones espaciales, y con reglas de evolución diferentes, un resultado con valores en torno al 35%. A pesar de tratarse de un modelo puramente estadístico y evolutivo basado en agentes sin memoria, los resultados de umbrales medios se asemejan a la forma en que juegan los seres humanos.

Una de las ideas que intentaban explicar la razón por la que los seres humanos no se comportan de forma racional era la de que el individuo, al jugar, toma la decisión pensando en que el juego se repetirá en más ocasiones, de manera que rechazará ofertas injustas pensando en que aún perdiendo en la primera ocasión un beneficio poco cuantioso, en la siguiente el proponente hará una propuesta mayor para evitar la negación. Esto tiene cierta relación con la forma en que se realizan las simulaciones, ya que en cada iteración del juego cada individuo juega con varios vecinos, y además lo hace jugando tanto como proponente como respondedor, y al copiar la estrategia del que ha obtenido mayor beneficio lo hace para poder mejorar el suyo en iteraciones posteriores. Sin embargo, como ya hemos dicho, los agentes no tienen memoria, con lo cual el razonamiento de “educar al proponente” no se aplica y los cambios en los umbrales de los agentes son producto puramente de la evolución.

Las simulaciones se han realizado considerando diferentes cantidades a repartir, para ver la posible influencia que podía tener. Como se puede observar en los resultados estos son semejantes proporcionalmente a las cantidades, por lo que no es relevante. Sin embargo, en situaciones con cantidades reales sí podría ser influyente. Aunque la cantidad ofrecida por el proponente sólo suponga un 1% del total, esta cantidad puede ser lo suficientemente importante para que el respondedor no tenga opción alguna al rechazo. Pero esta última situación rara vez se presenta en la realidad. No obstante, sí hay resultados de estudios en los que se trabaja con sumas equivalentes al salario medio de tres meses, y que siguen sin converger a solución racional.

Otro efecto que se ha estudiado es como afecta el número de jugadores contra los que se juega en cada iteración. En las simulaciones realizadas obtenemos que el umbral medio disminuye según se aumenta el número de vecinos. Este efecto tiene mayor o menor importancia dependiendo de si el número de jugadores con los que se juega supone una proporción importante respecto al número total de individuos de la red, de hecho observamos que al aumentar la dimensión de la red, aunque el umbral medio sigue disminuyendo, los umbrales se distribuyen de otra forma entre los jugadores.

Son particularmente importantes las diferencias en los resultados al realizar o no sorteo para distribuir los papeles de proponente y respondedor. Mirando los mapas con los umbrales finales obtenidos por cada individuo, se ve como en el caso con sorteo todos los individuos acaban convergiendo a un mismo umbral, mientras que sin sorteo aparecen regiones de individuos con distintos umbrales. En las fronteras de estas regiones pueden convivir individuos con una diferencia muy grande entre sus umbrales.

Hay un caso en el que la realización del sorteo de papeles previo al juego no tiene relevancia en los resultados, y es en el que se realiza actualización proporcional en lugar de imitación incondicional; con esta regla, los resultados son iguales en ambos casos. Al copiar el umbral de un vecino con mayor capital al suyo de acuerdo a una determinada probabilidad en lugar de incondicionalmente, se produce un aumento en la media del umbral alcanzado, situándose en torno al 40% del capital total. Además la distribución de los individuos según su umbral está concentrada en el entrono de la media, eliminando la posibilidad de converger a umbrales pequeños o elevados. Esto se debe a que la convergencia de la población en este caso es mucho más lenta, y cuando un individuo modifica su umbral, suele ser debido a diferencias importantes en el capital obtenido por sus vecinos.

Como se ha comentado previamente, la dimensión de la red también puede tener cierta relevancia en los resultados. Por eso se han realizado simulaciones considerando diferentes dimensiones de la red. En el apartado 3.5 vemos como mientras para el caso sin sorteo no se aprecian diferencias notables, sí que las hay para el caso con sorteo. Lo que se observa en el caso en que se realiza sorteo es que empiezan a aparecer dos tipos de poblaciones muy diferenciadas entre si: unas que convergen a valores situados en torno al 40%, y una pequeña proporción de poblaciones que convergen a valores pequeños, que podemos considerar como poblaciones racionales. Al aumentar el número de individuos de la población, cada vez es mayor el número de iteraciones necesarias para la convergencia de todos los jugadores a un mismo umbral en un experimento, dando lugar a una concentración cada vez mayor de individuos alrededor del umbral moda, y a un ligero aumento de experimentos donde la población converge a umbrales pequeños.

En la primera parte del trabajo se han realizado simulaciones considerando que los individuos se caracterizan por su comportamiento empático, es decir, se ponen en el lugar del otro para tomar las decisiones, y por lo tanto poseen un único umbral, la cantidad que ofrecen es la mínima que ellos mismos estarían dispuestos a aceptar. En una segunda parte del trabajo se abandona esta hipótesis y cada individuo pasa a tener dos umbrales, uno de ofrecimiento y otro de aceptación.

Como puede verse en los resultados del apartado 4.1, los resultados obtenidos para los casos con y sin sorteo al considerar 100 individuos en la red son muy semejantes, más que cuando sólo se consideraba un solo umbral. Además, se observa como los umbrales de aceptación pasan a tener los máximos en valores próximos a los racionales, y como las cantidades ofrecidas también disminuyen ligeramente. Anteriormente comentábamos como un individuo podía tomar la decisión basándose en la respuesta que podría recibir del otro: parece que eliminando está empatía los resultados se acercan más a la solución racional.

Este acercamiento a la solución racional parece debilitarse al sustituir la imitación incondicional por actualización proporcional. El máximo del umbral de aceptación pasa a situarse en la media del umbral de oferta, a la vez que este último también se incrementa ligeramente. Sin embargo, los umbrales de los individuos no se concentran tanto como lo hacían con un solo umbral, permitiendo la existencia de una proporción importante de individuos con umbrales de aceptación cercanos a la solución racional.

Considerando diferentes simulaciones con 2 umbrales donde se aumenta el número de individuos de la red, encontramos dos efectos contrarios entre los casos con y sin sorteo. Por un lado, en el caso sin sorteo se produce un acercamiento cada vez mayor hacia la solución racional, tanto en el umbral de aceptación como en el de ofrecimiento, sugiriendo que en poblaciones suficientemente grandes los individuos acaban comportándose de forma racional. Por el contrario, en el caso con sorteo, debido a la dificultad en alcanzar la convergencia de ambos umbrales en todos los individuos, la racionalidad alcanzada gracias a la existencia de los dos umbrales se va perdiendo, de tal manera que en poblaciones suficientemente grandes ambos umbrales terminan comportándose de igual forma.

Una conclusión importante es que en todas las variaciones del juego que se han ido introduciendo, son pocos los individuos que acaban con cantidades ofrecidas por encima del 50% de la cantidad máxima a repartir. Este factor se acentúa bastante cuando los individuos sortean antes de jugar quién ocupará el papel de proponente y respondedor, o cuando se introduce aleatoriedad a la hora de cambiar el umbral por el de un vecino si el capital de este es mayor.

Son muchas las ciencias que intentan dar una respuesta al origen de la cooperación humana. Las matemáticas, mediante la teoría de juegos, también tienen un papel importante desarrollando estudios que ayudan a comprender esta cooperación entre las personas. En este trabajo se ha podido comprobar como mediante la realización de diferentes experimentos, con el juego del ultimátum, se pueden obtener resultados acordes a la forma de comportarnos los seres humanos. Resulta sencillo realizar experimentos utilizando infinidad de combinaciones y en los que no es necesaria la intervención de personas reales, pudiendo llegar a resultados con cierta similitud en situaciones reales.

El factor que puede resultar más importante, de todas las variantes contempladas en los diferentes experimentos de este trabajo, parece estar en la consideración de uno o dos umbrales de decisión para cada individuo. Al considerar un umbral de oferta y otro de aceptación, observamos como el de umbral de oferta es superior al de aceptación, siendo este último próximo al racional en un número importante de ocasiones. Los resultados obtenidos con este modelo de dos umbrales tienen cierto sentido; la cantidad ofrecida será mayor a la mínima que aceptaríamos, originado por el temor al rechazo de la oferta por parte del respondedor. Aunque sin ningún fundamento científico, preguntando el comportamiento que tendrían conocidos en ambos casos, en general se presentaban muy generosos en el caso de actuar como proponente y aceptaban de media cantidades menores al actuar como respondedor, sin llegar al comportamiento racional.

Otra variante fue la realización o no de un sorteo, previo a cada uno de los juegos, que determina quién será el proponente y quién el respondedor. En un primer momento cabe pensar que la realización del sorteo proporcionaría resultados más realistas, ya que en el caso sin sorteo el procedimiento es demasiado estricto y puede estar alejado de la realidad; sin embargo, ya que en el caso con sorteo todos los individuos acaban convergiendo a un mismo umbral, se pierde la heterogeneidad de los individuos. Este comportamiento homogéneo de todos los individuos también se produce cuando se introduce la regla de actualización proporcional, donde todos los individuos acaban convergiendo a un mismo umbral, tanto en el caso con sorteo como sin sorteo. Una posible solución, y con la que probablemente se obtengan resultados más realistas, podría ser la modificación en los criterios de parada de las simulaciones, de forma que se pueda introducir cierta aleatoriedad en la toma de decisiones de los individuos sin implicar la convergencia a una única situación.

Son muchas las variantes nuevas que pueden ser introducidas en los experimentos realizados, y que pueden dar lugar a interesantes conclusiones. Una línea, ya iniciada en otros estudios, es la de estudiar el comportamiento en poblaciones donde hay individuos muy relacionados entre si y otros con un número reducido de “vecinos”, y como estas regiones interactúan entre si. O que conclusiones aparecerían si se introdujera memoria en los individuos, que condicionara las decisiones al realizarse el juego en repetidas ocasiones.

6. REFERENCIAS

Andreoni, James, Marco Castillo, and Ragan Petrie, "New Experiments on Bargaining: The Squishy Game," University of Wisconsin, Discussion Paper, 1999.

Brosnan, S. and de Waal, F. “Monkeys reject unequal pay” Nature 425:297-299,(2004).

Dickinson, David L., "A Bargaining Experiment to Motivate Discussion on Fairness," *Journal of Economic Education*, Spring 2002, pp.136-151.

Forsythe, Robert, Joel L. Horowitz, N. E.* Savin, and Martin Sefton, "Fairness in Simple Bargaining Games," *Games and Economic Behavior*, 1988, pp. 6347-369

Guth, Werner, Rolf Schmittberger, and Bernd Schwarze, "An Experimental Analysis of Ultimatum Bargaining," *Journal of Economic Behavior and Organization*, December (1982), 3, pp. 367-388.

Henrich, Joseph; Boyd, Robert; Bowles, Samuel; Camerer, Colin; Fehr, Ernst and Gintis, Herbert, "Foundations of Human Sociality Economic Experiments and Ethnographic Evidence from Fifteen Small-Scale Societies" (Oxford University Press, 2004)

Hoffman, Elizabeth, Kevin McCabe, Keith Shachat, and Vernon L. Smith, "Preferences, Property Rights, and Anonymity in Bargaining Games," *Games and Economic Behavior*, 7:3 (November 1994), pp. 346-380.

Jensen K., Call, J. and Tomasello, M. (2007) “Chimpanzees are rational maximizers in an ultimatum game” Science 318: 107-108.

Lozano, S., Arenas, A., Sánchez, A. Mesoscopic structure conditions the emergence of cooperation on social networks, PLoS ONE 3 (2008) e1892.

Michael S. A. (2004) “The Ultimatum Game, Fairness, and Cooperation among Big Game Hunters.” In Henrich, Boyd, Bowles, Camerer, Fehr, and Gintis (Eds.), Foundations of Human Sociality: Economic Experiments and Ethnographic Evidence from Fifteen Small-Scale Societies (pp. 413-435), Oxford University Press

Nowak, M. A. And Robert M. May, “Evolutionary games and spatial chaos”, *Nature* 359, 826-830 (1992).

Page, K.M., Nowak M. A. and Sigmund, K., “The spatial ultimatum game”. Proc. R. Soc. London B 267, 2177-2182 (2000).

Sánchez, Angel and Cuesta, José A. “Altruism may arise by individual selection”. Journal of Theoretical Biology 235, 233-240 (2005).

Sanfey, Alan G., “Social Decision-Making: Insights from Game Theory and Neuroscience Science”, 598 (2007) 318.

Sanfey, Alan G., Rilling, James K., Aronson, Jessica A., Nystrom, Leigh E., Cohen, Jonathan D., “The Neural Basis of Economic Decision-Making in the Ultimatum Game”, Science 300 (2003) pp. 1755 - 1758

ANEXO I

1. Simulaciones con 1 umbral, sin vecinos diagonales e imitación incondicional.

1.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 50	
	μ	**τ**
Sin sorteo	16.40	2.01
Con sorteo	18.05	3.02

Tabla 1.1.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

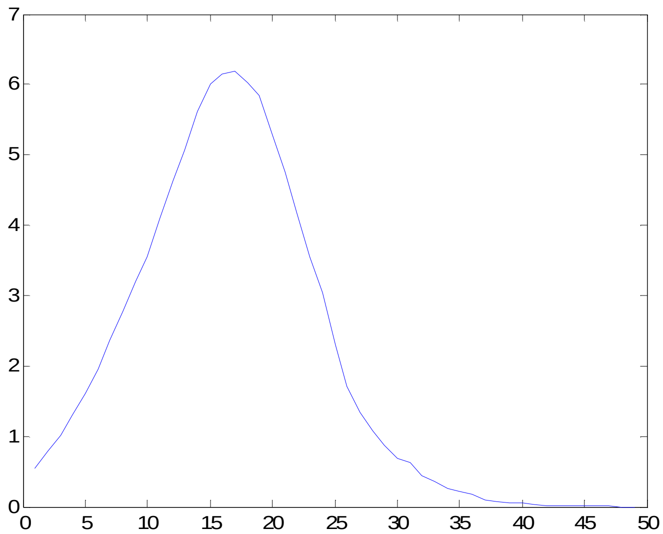


Figura 1.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

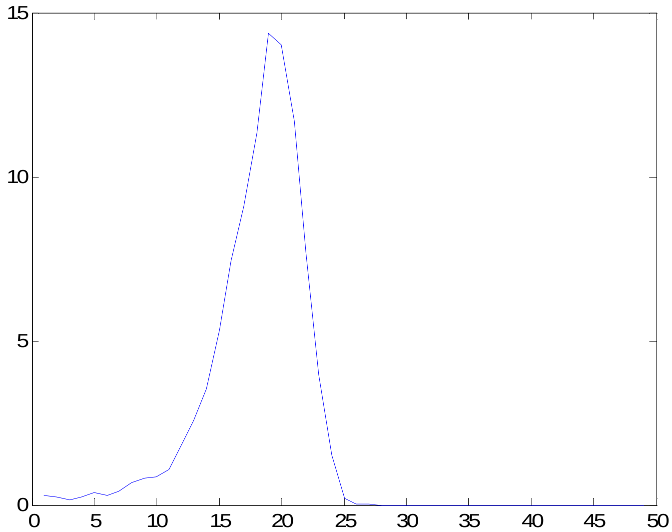


Figura 1.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

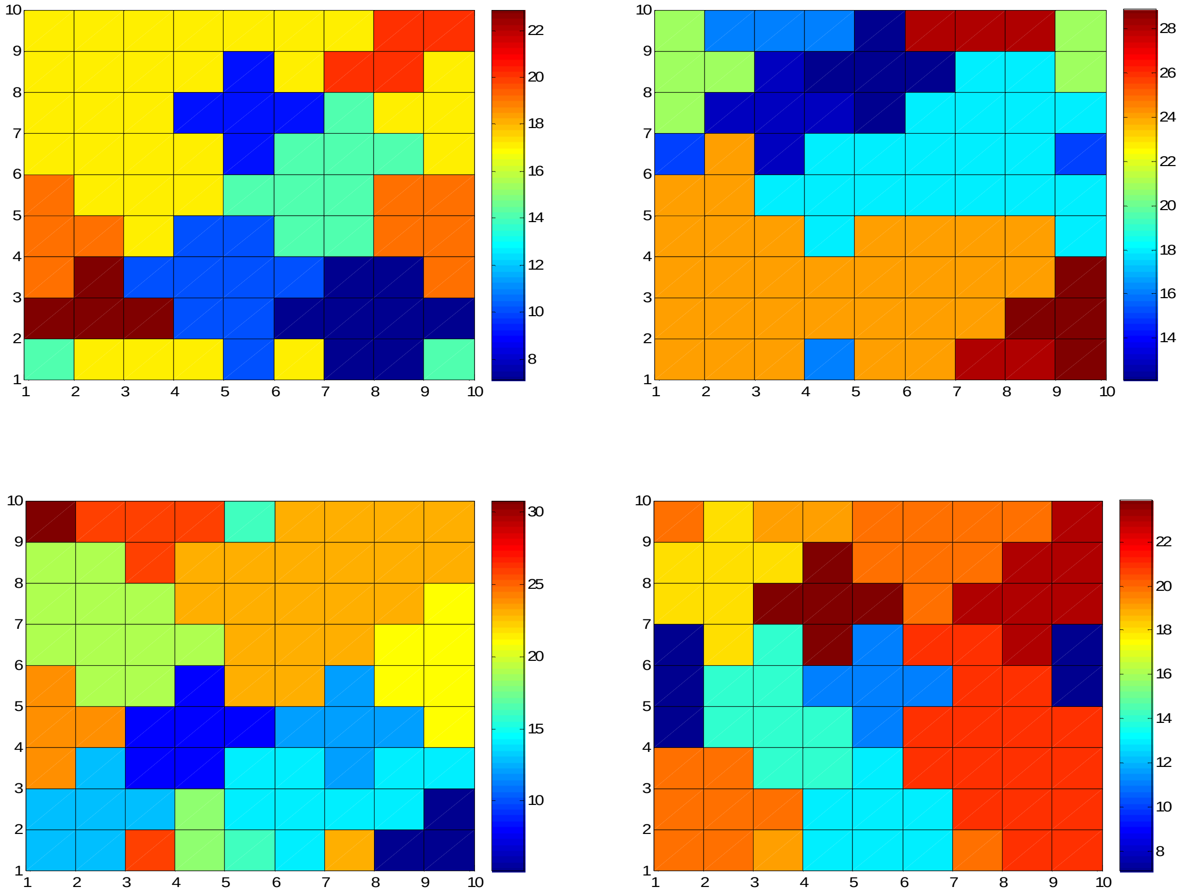


Figura 1.1.3: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=50 SIN SORTEO

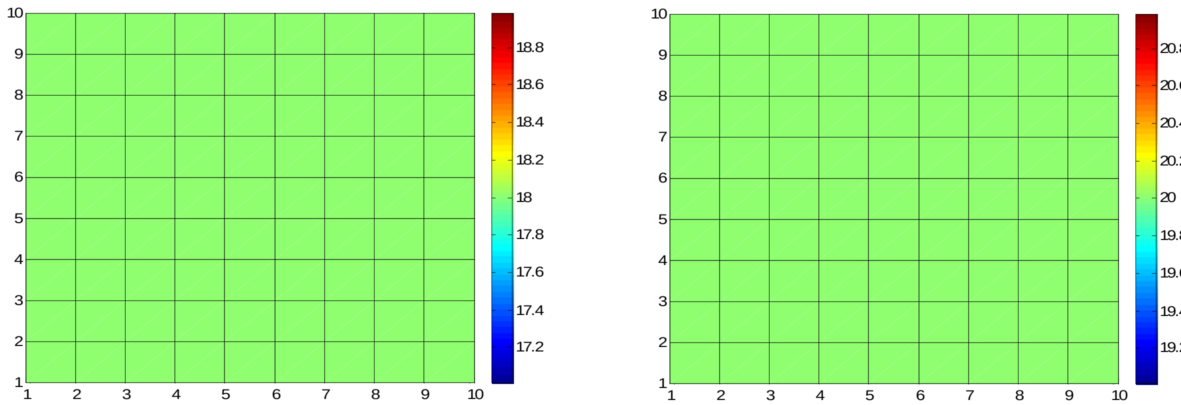


Figura 1.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50CON SORTEO

1.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 20	
	μ	τ
Sin sorteo	6.79	0.85
Con sorteo	7.34	1.40

Tabla 1.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

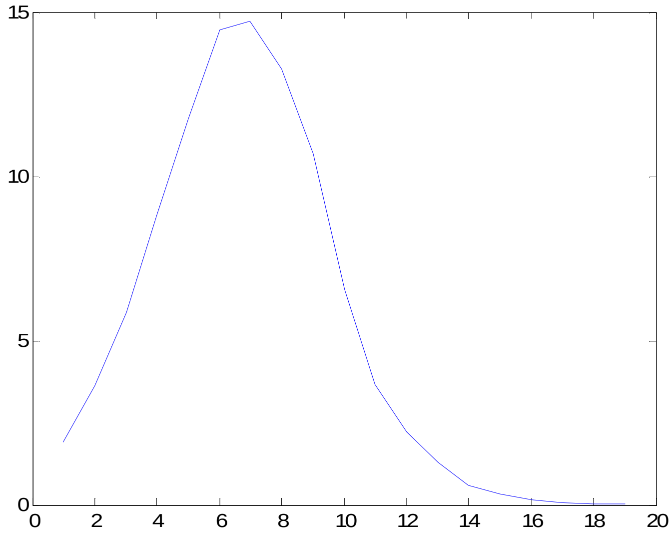


Figura 1.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO

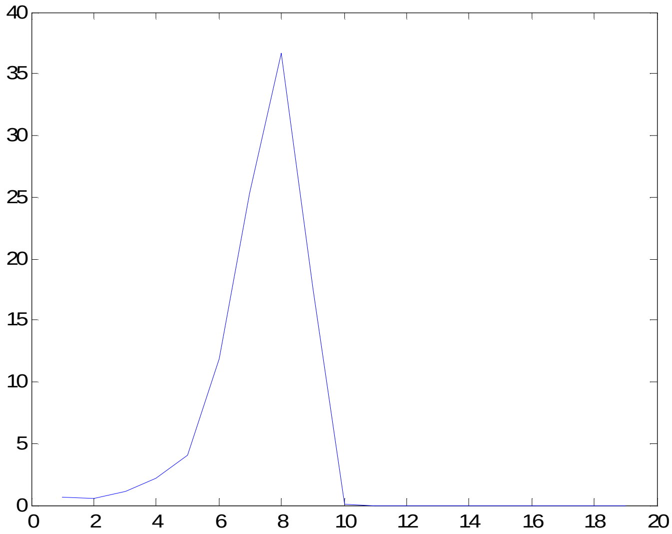


Figura 1.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 20.

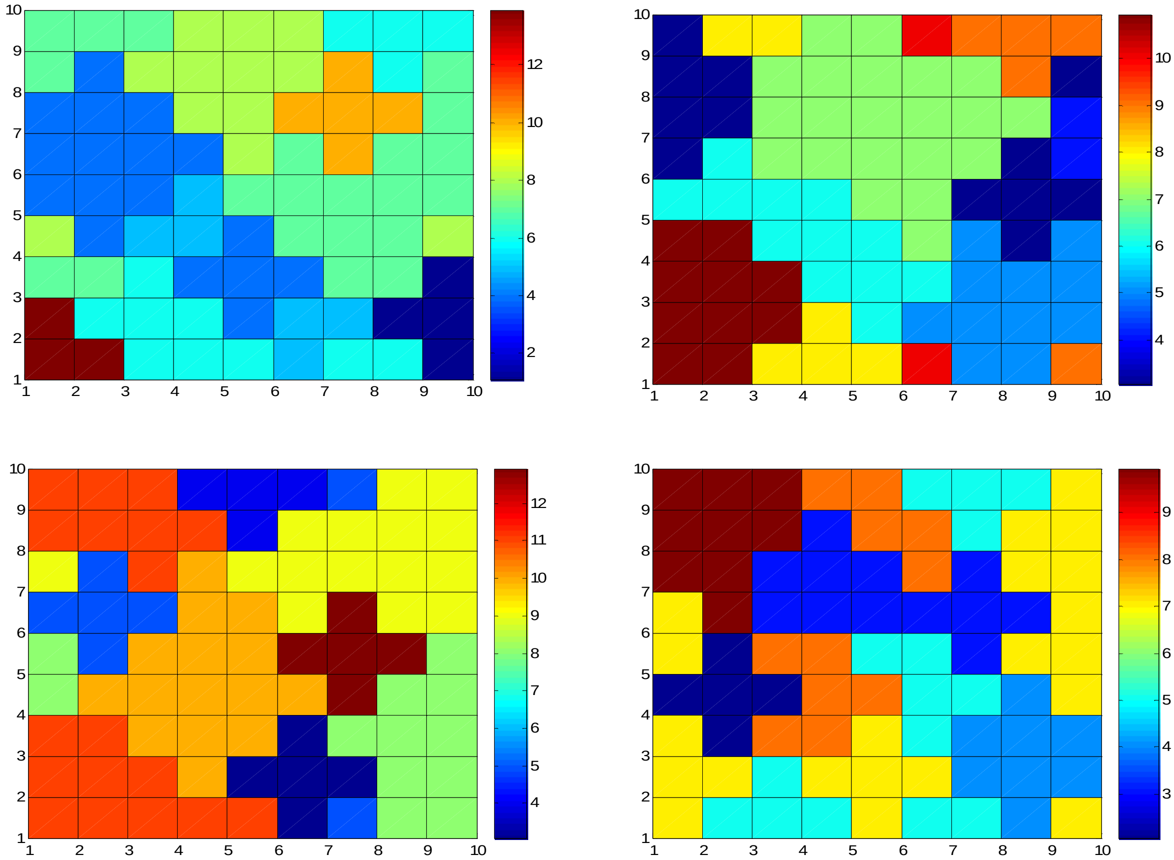


Figura 1.2.3: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=20 SIN SORTEO

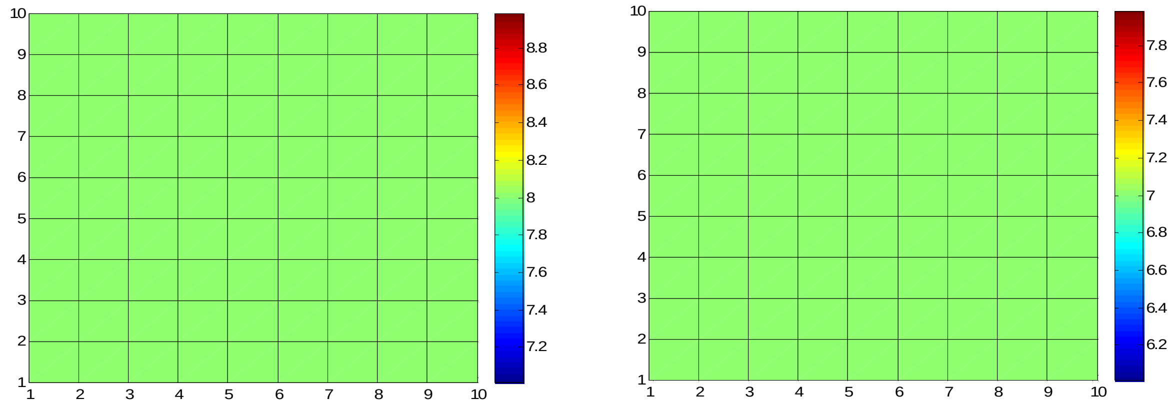


Figura 1.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20CON SORTEO

1.3. Cantidad a repartir m=10, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 10	
	μ	**τ**
Sin sorteo	3.55	0.44
Con sorteo	3.63	0.62

Tabla 1.3.1: Media y desviación típica con m=10

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

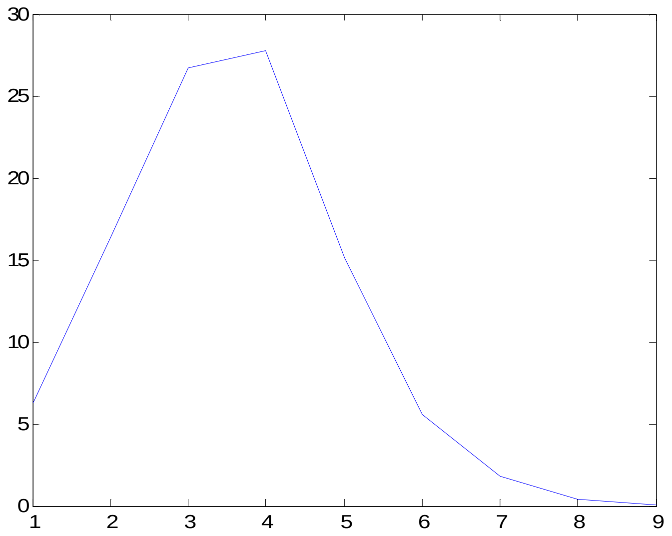


Figura 1.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 SIN SORTEO

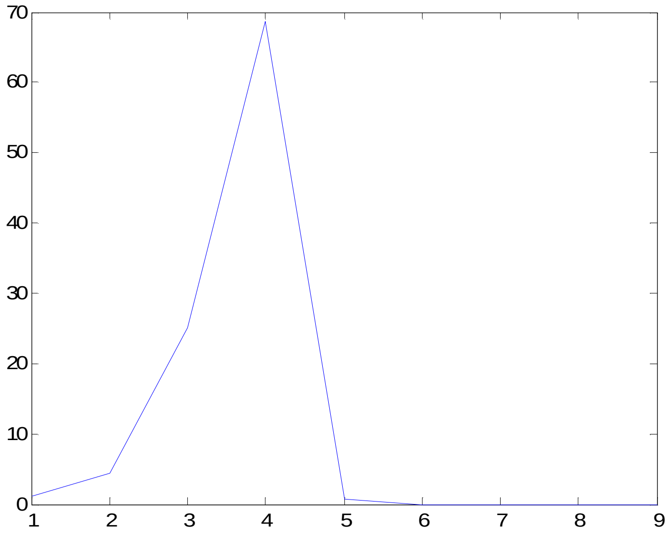


Figura 1.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 10.

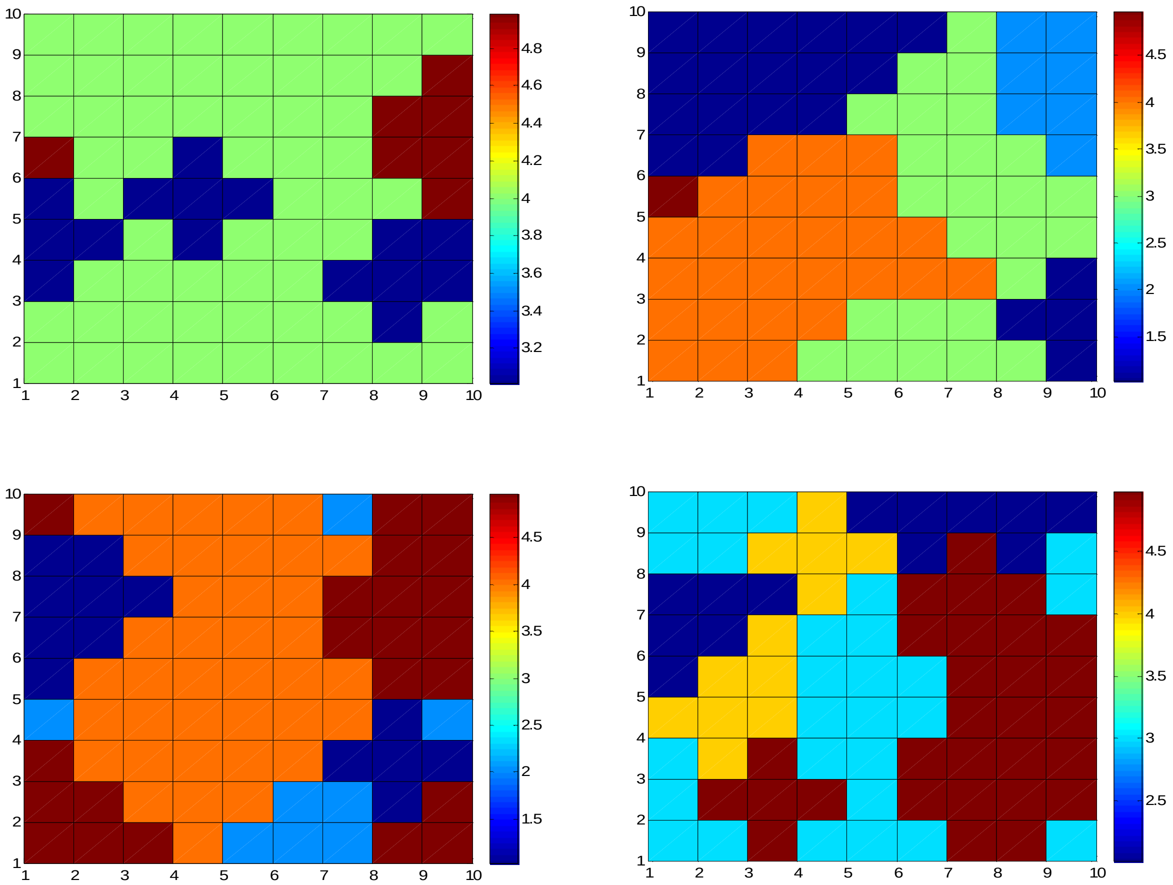


Figura 1.3.3: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=10 SIN SORTEO

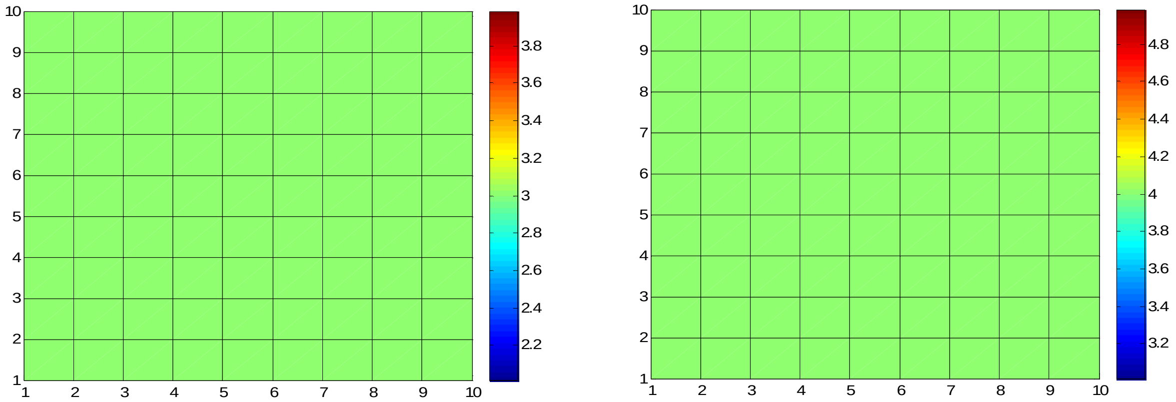


Figura 1.3.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=10 CON SORTEO

2. Simulaciones con 1 único umbral, considerando a 4 vecinos diagonales e imitación incondicional.

2.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 50	
	μ	τ
Sin sorteo	16.10	2.36
Con sorteo	15.48	4.48

Tabla 2.1.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

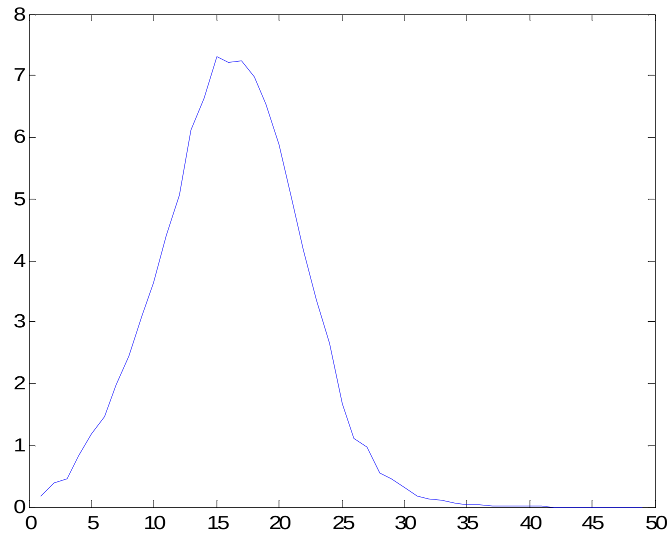


Figura 2.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

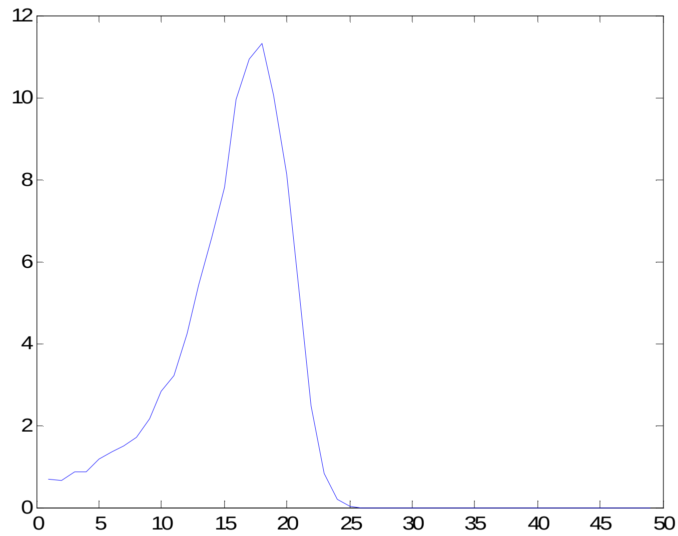


Figura 2.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

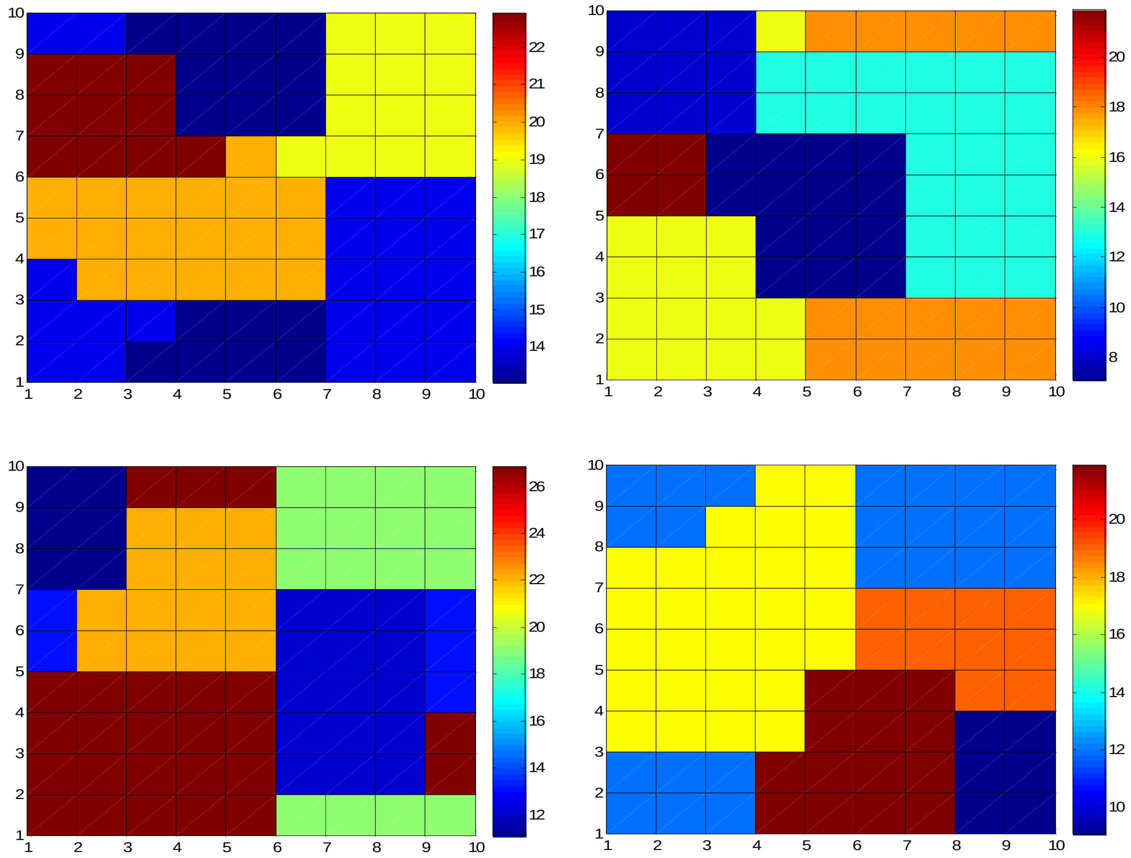


Figura 2.1.3: Umbrales finales para 4 simulaciones m=50 SIN SORTEO

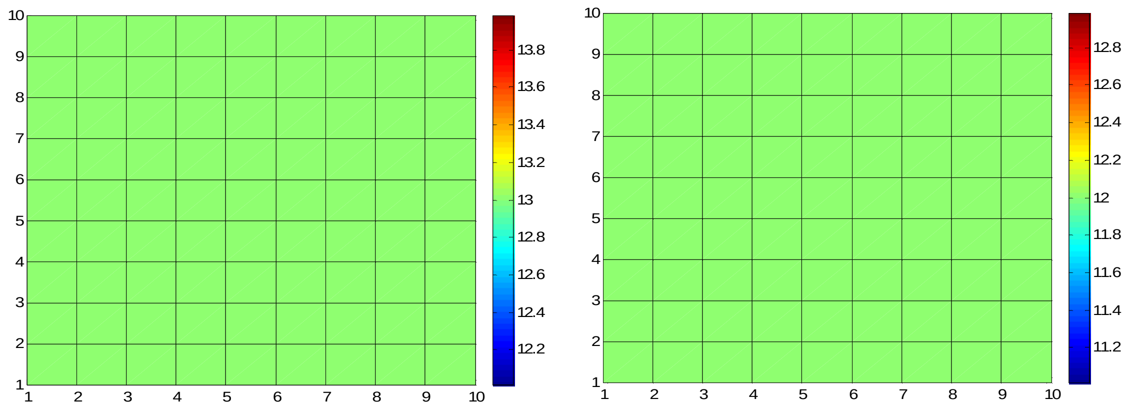


Figura 2.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones m=50 CON SORTEO

2.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 20	
	μ	τ
Sin sorteo	6.66	0.98
Con sorteo	6.25	1.71

Tabla 2.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

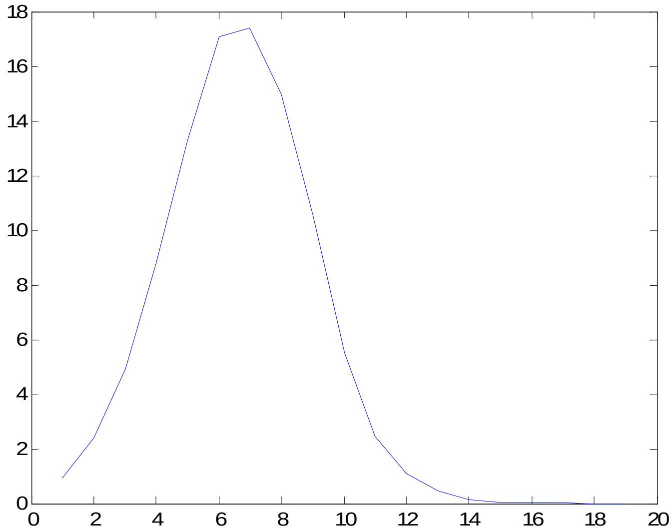


Figura 2.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO

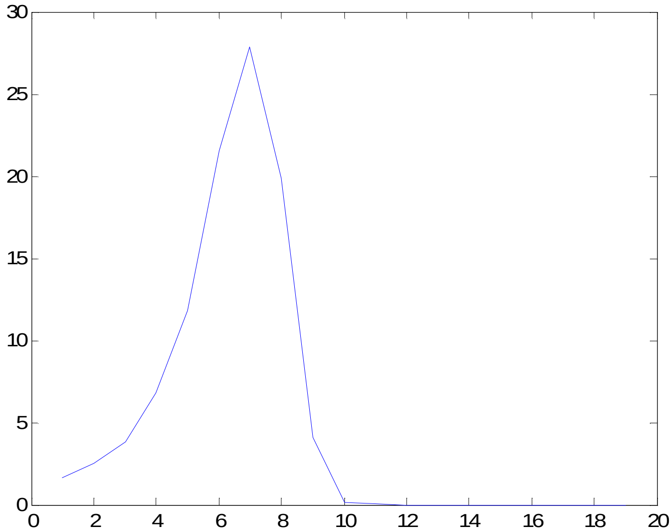


Figura 2.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 20.

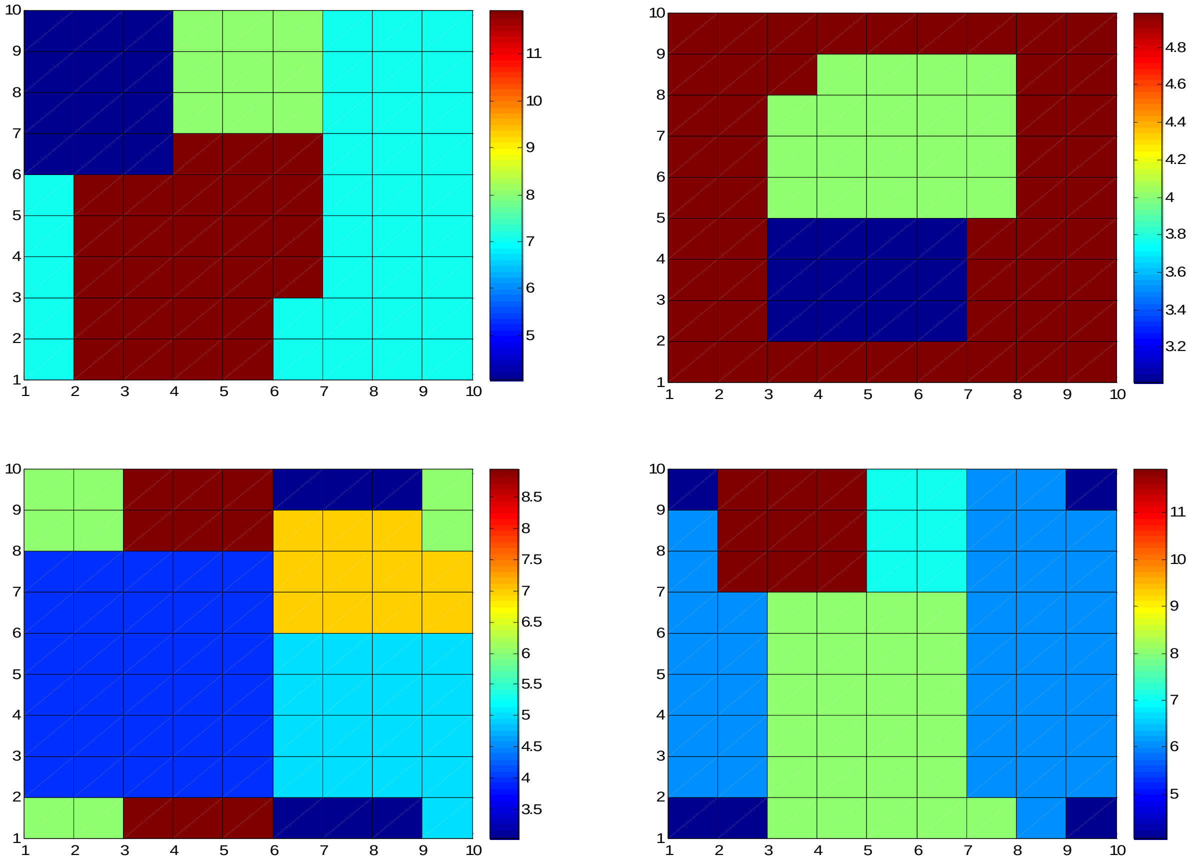


Figura 2.2.3: Umbrales finales para 4 simulaciones m=20 SIN SORTEO

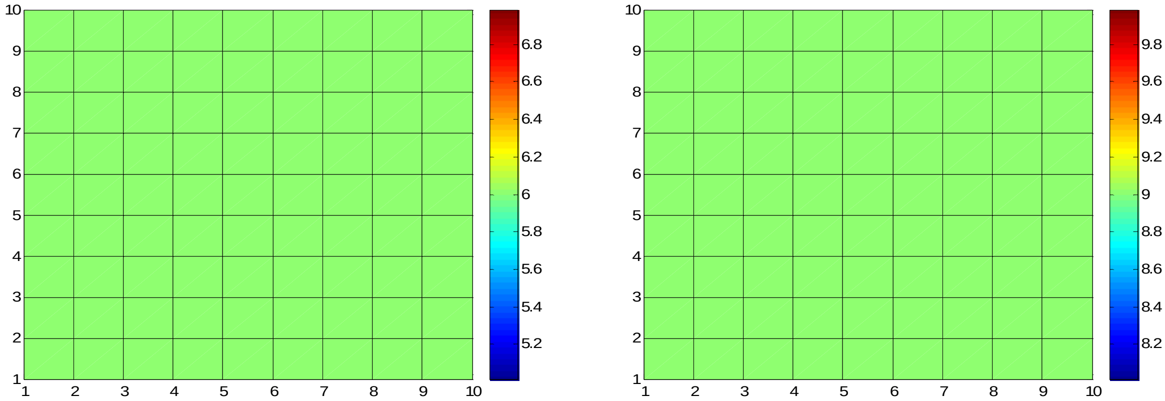


Figura 2.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones m=20 CON SORTEO

2.3. Cantidad a repartir m=10, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 10	
	μ	**τ**
Sin sorteo	3.48	0.51
Con sorteo	3.13	0.80

Tabla 2.3.1: Media y desviación típica con m=10

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

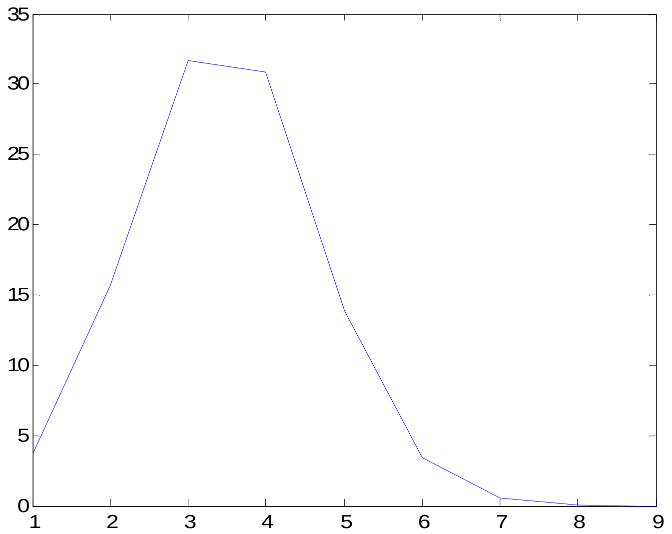


Figura 2.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 SIN SORTEO

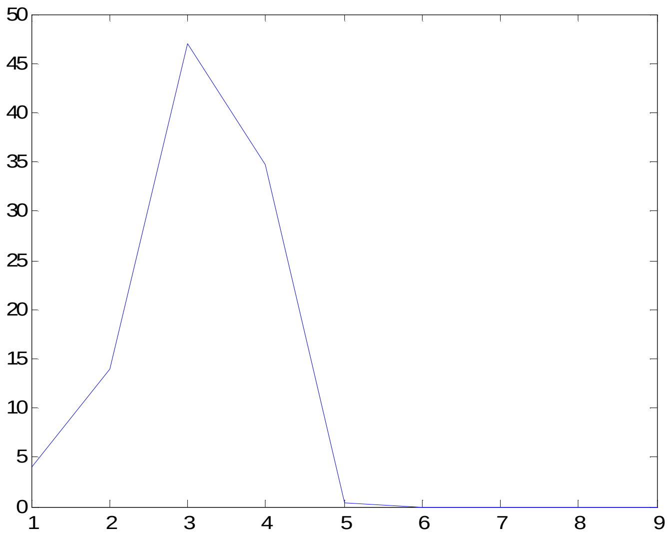


Figura 2.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 10.

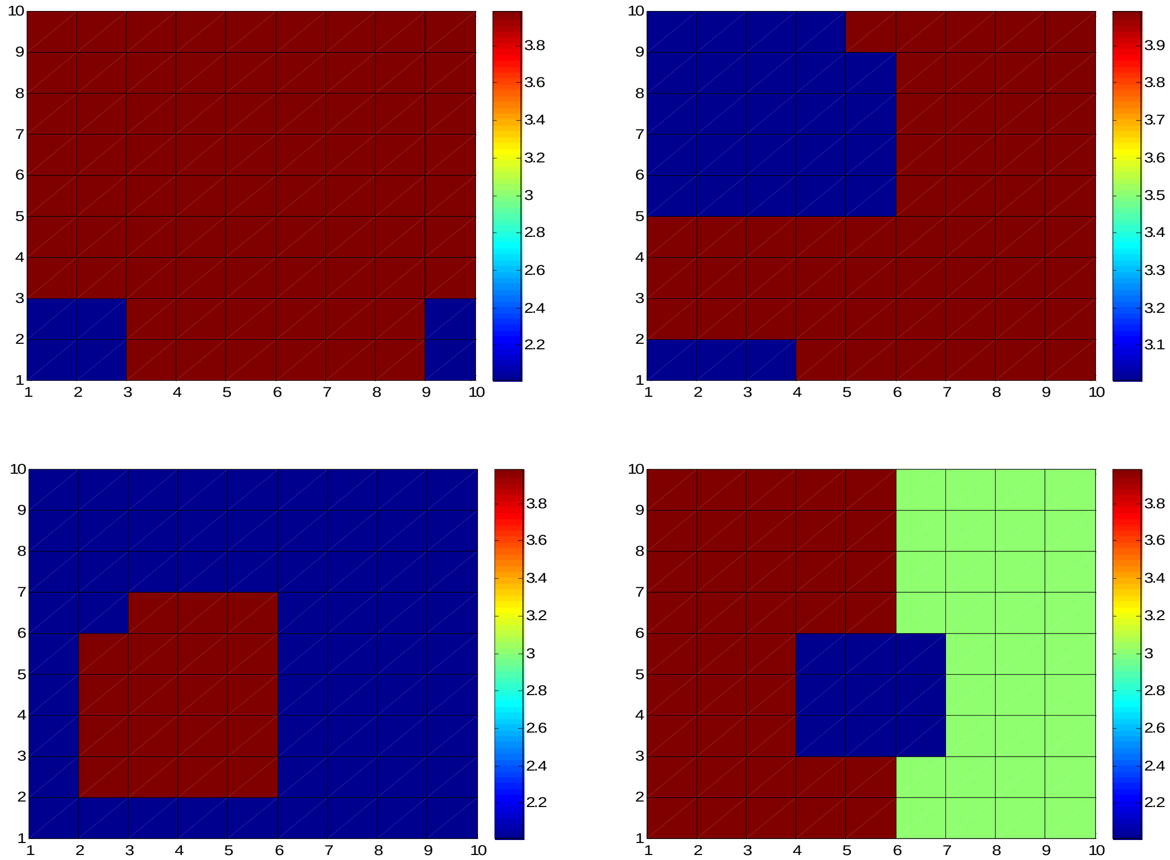


Figura 2.3.3: Umbrales finales para 4 simulaciones m=10 SIN SORTEO

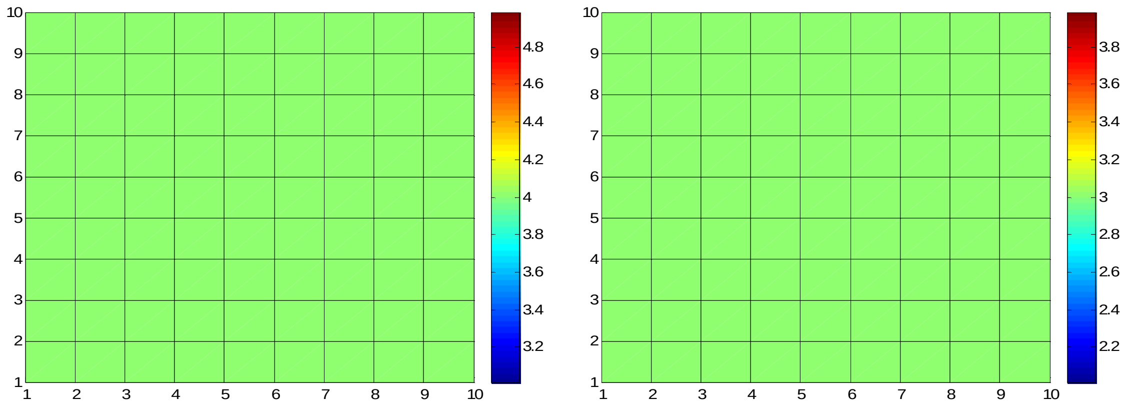


Figura 2.3.4: Umbrales finales para 2 simulaciones m=10 CON SORTEO

3. Simulaciones con 1 umbral, sin vecinos diagonales e imitación incondicional en Red de 400 (20x20), 900(30x30) y 1600(40x40) jugadores. Cantidad a repartir m=50.

3.1. 400 jugadores (Red cuadrada 20x20).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 50	
	μ	τ
Sin sorteo	16.38	0.99
Con sorteo	20.66	3.76

Tabla 3.1.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

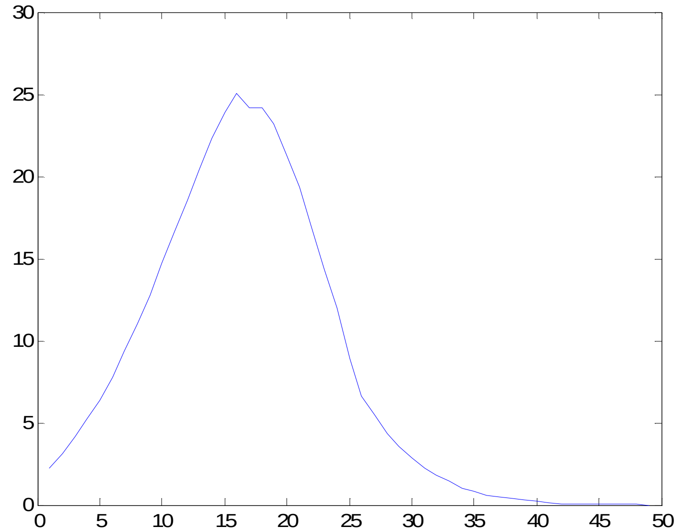


Figura 3.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

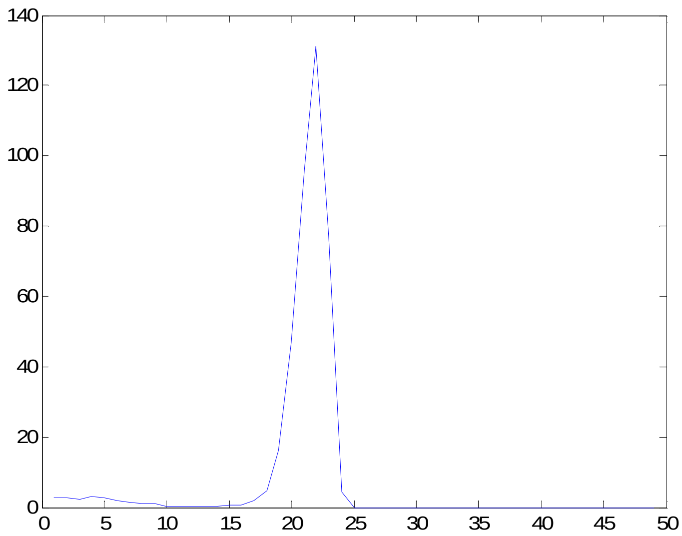


Figura 3.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

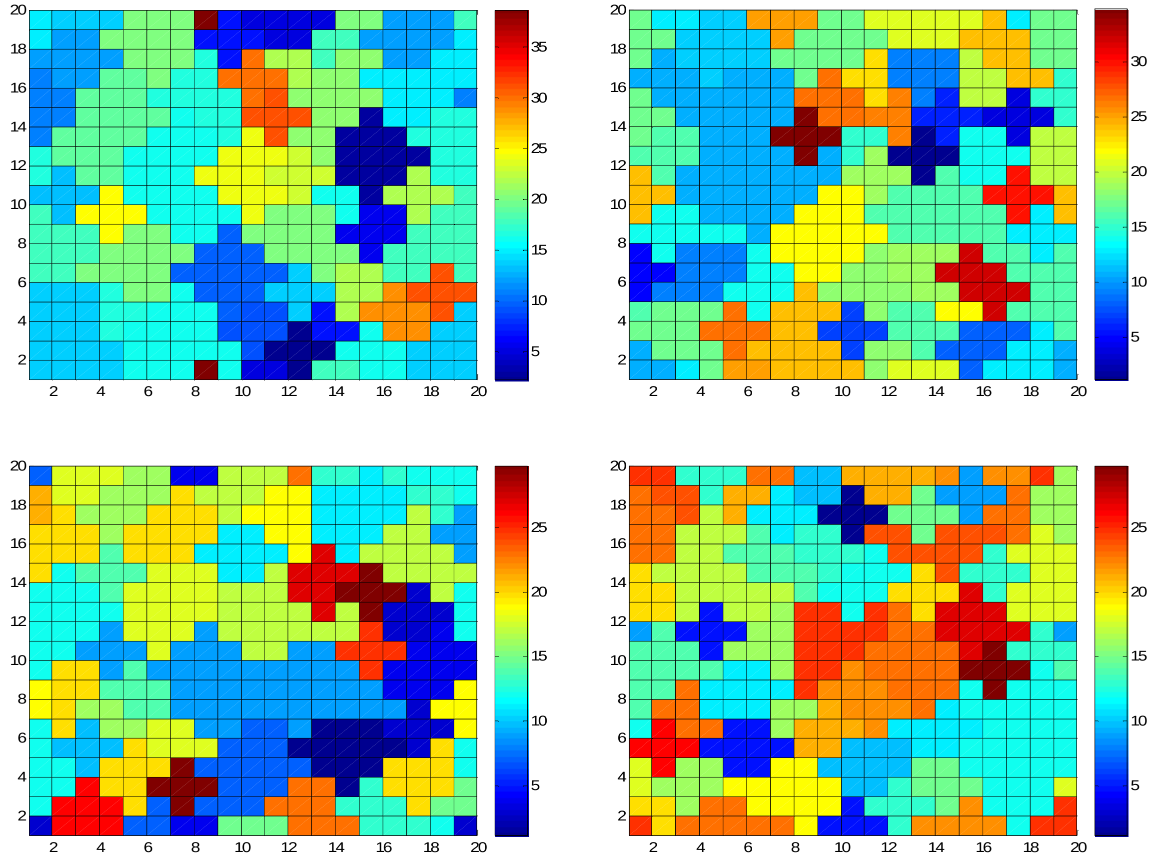


Figura 3.1.3: Umbrales finales para 4 simulaciones m=50 SIN SORTEO

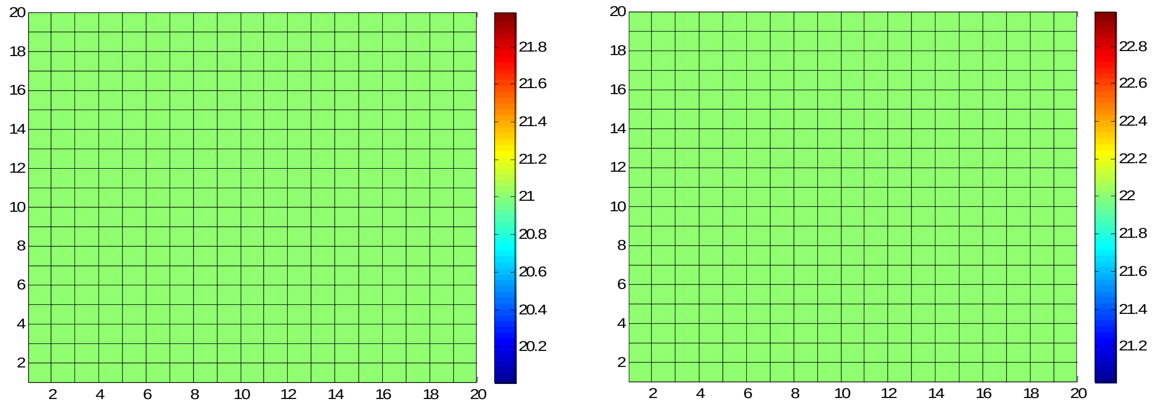


Figura 3.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones m=50 CON SORTEO

3.2. 900 jugadores (Red cuadrada 30x30).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 50	
	μ	**τ**
Sin sorteo	16.38	0.66
Con sorteo	20.10	5.65

Tabla 3.2.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

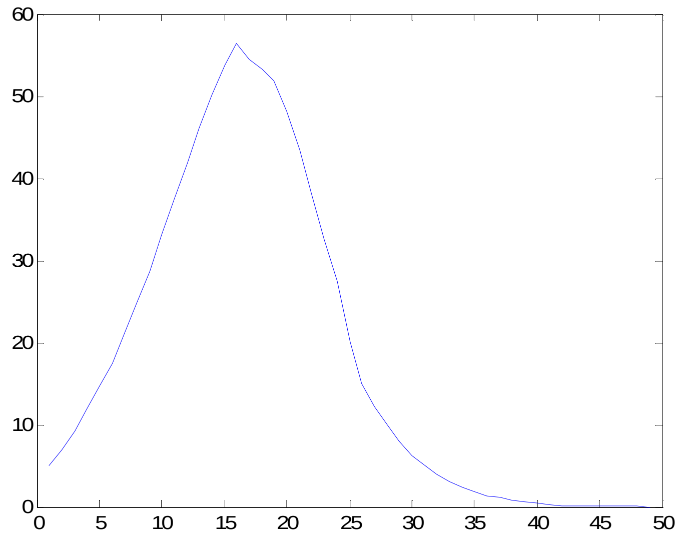


Figura 3.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

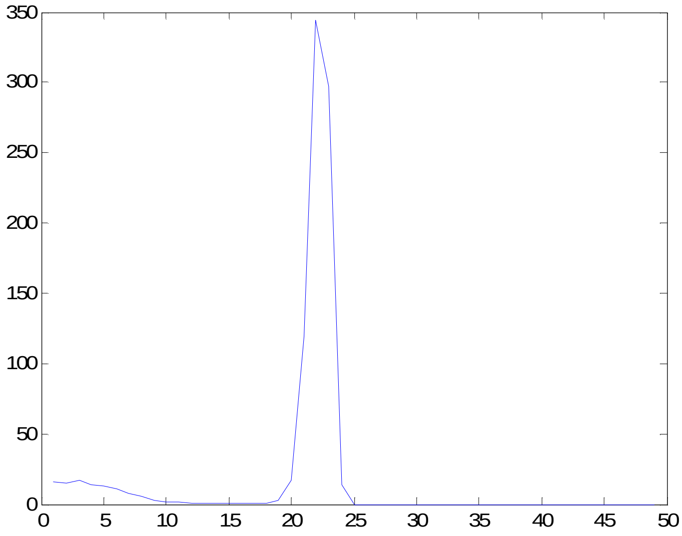


Figura 3.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

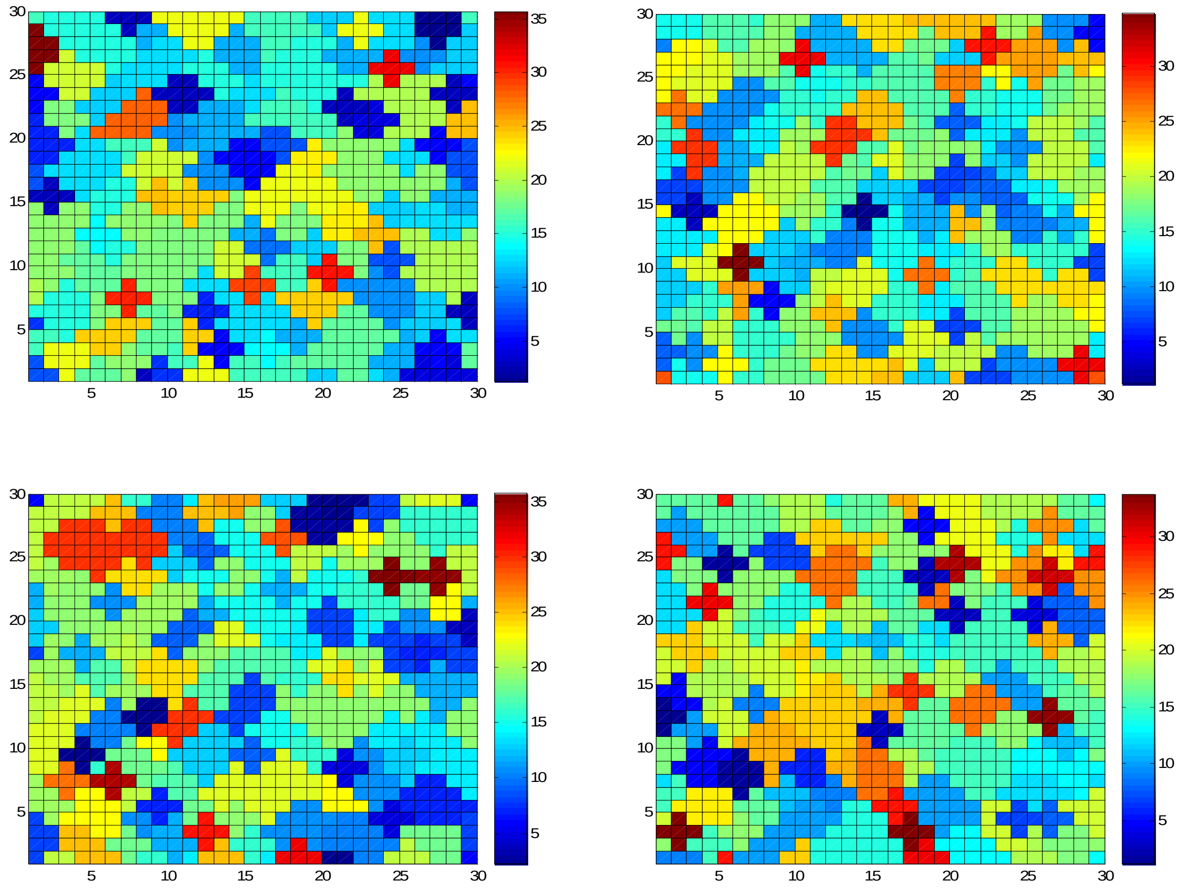


Figura 3.2.3: Umbrales finales para 4 simulaciones m=50 SIN SORTEO

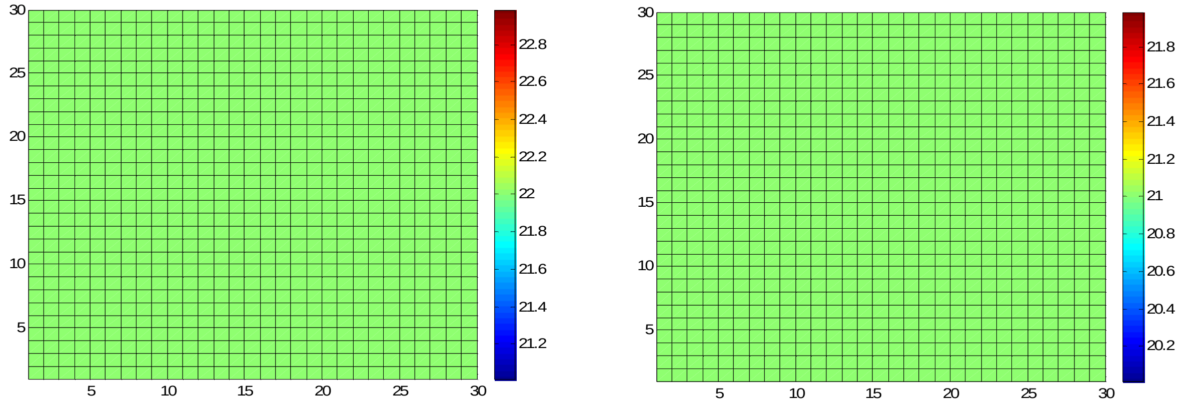


Figura 3.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones m=50 CON SORTEO

3.3. 1600 jugadores (Red cuadrada 40x40).

Media y desviación típica de la simulación:

	m = 50	
	μ	**τ**
Sin sorteo	16.38	0.50
Con sorteo	18.74	7.42

Tabla 3.3.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

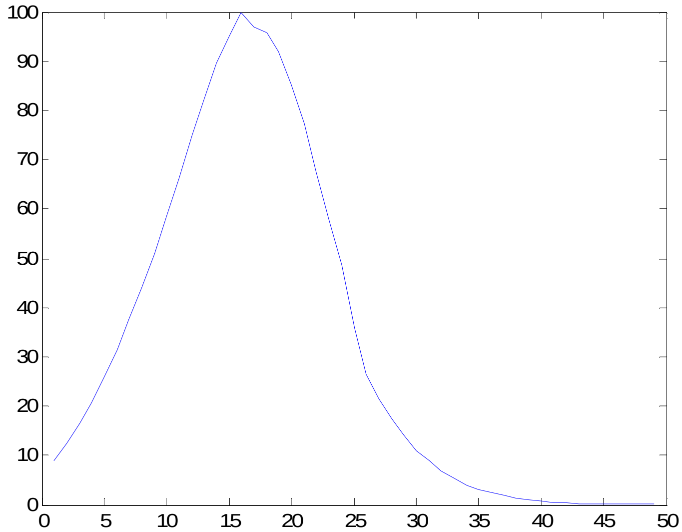


Figura 3.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

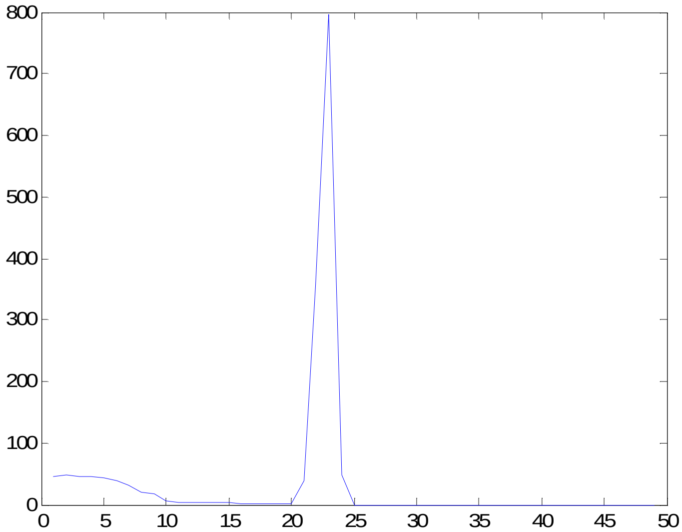


Figura 3.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

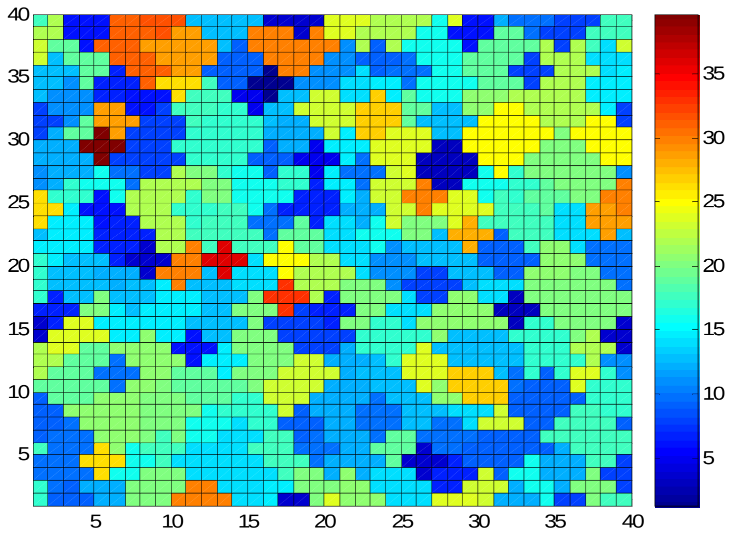


Figura 3.3.3: Umbrales finales para 1 simulación m=50 SIN SORTEO

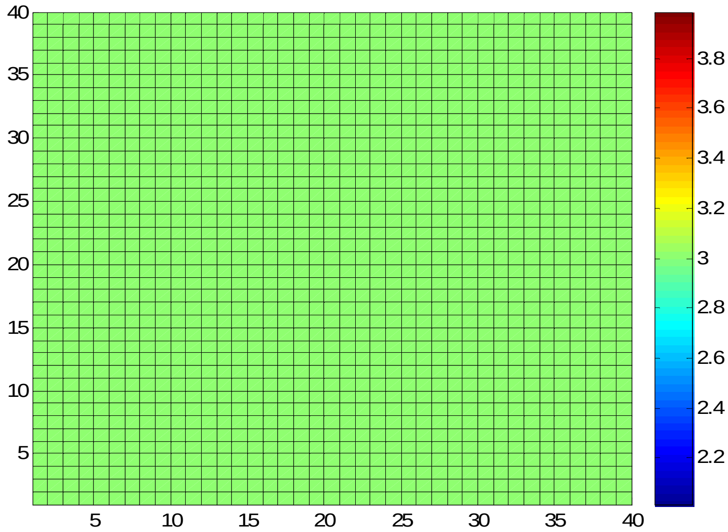


Figura 3.3.4: Umbrales finales para 1 simulación m=50 CON SORTEO

4. Simulaciones con 1 umbral, considerando 4 vecinos diagonales e imitación incondicional en Red de 400 (20x20), 900(30x30) y 1600(40x40) jugadores. Cantidad a repartir m=50.

4.1. Red cuadrada de 400 jugadores (20x20).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	16.12	1.17
Con sorteo	17.36	4.75

Tabla 4.4.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

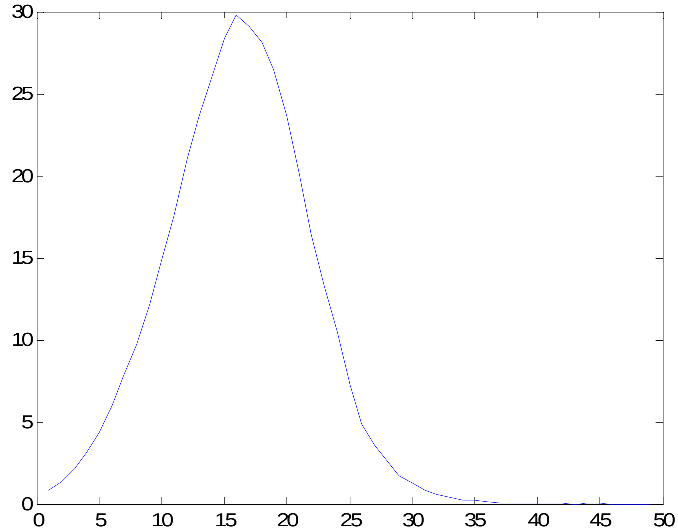


Figura 4.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 400 jugadores, m=50 y SIN SORTEO

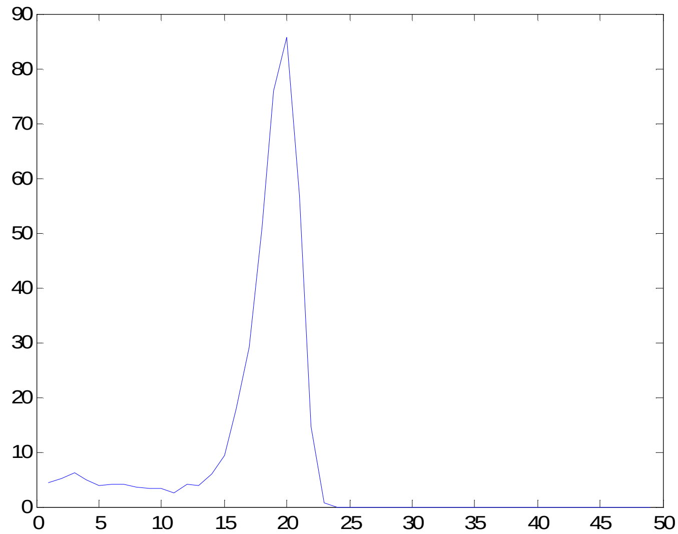


Figura 4.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 400 jugadores, m=50 y CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

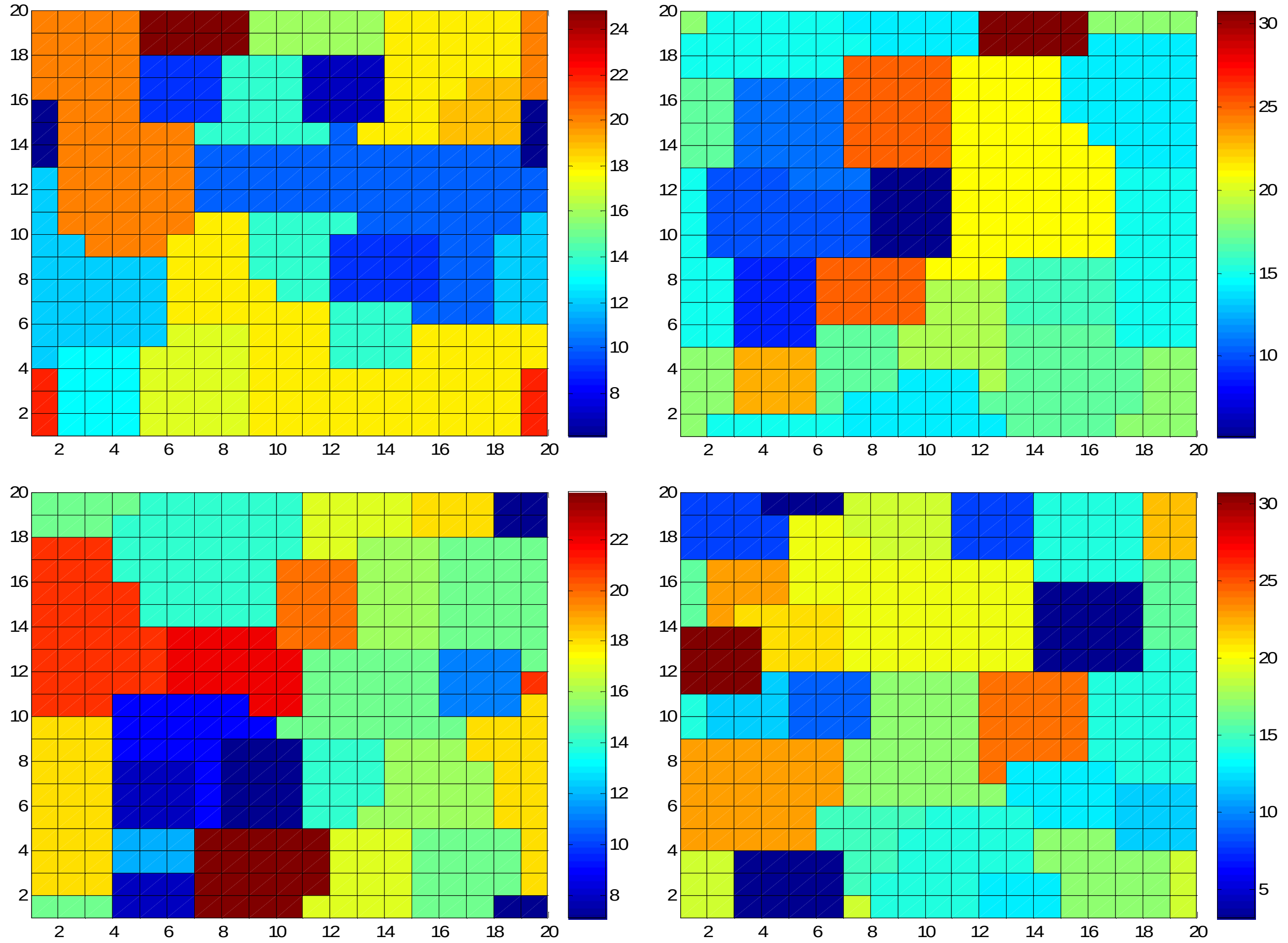


Figura 4.1.3: Umbrales finales para 4 simulaciones con 400 jugadores, m=50 y SIN SORTEO

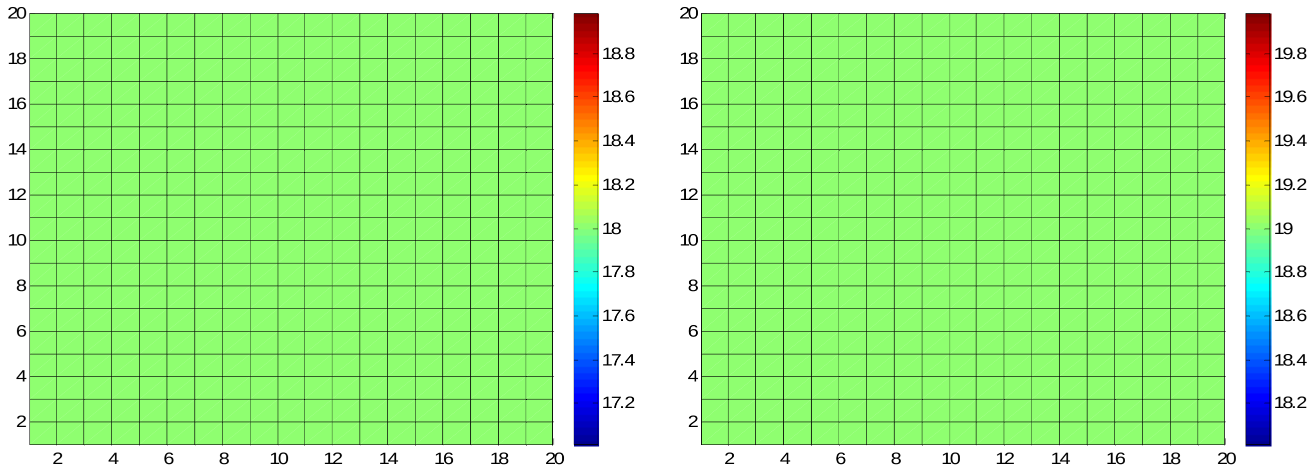


Figura 4.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con 400 jugadores, m=50 y CON SORTEO

4.2. Red cuadrada de 900 jugadores (30x30).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	16.12	1.17
Con sorteo	17.36	4.75

Tabla 4.2.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

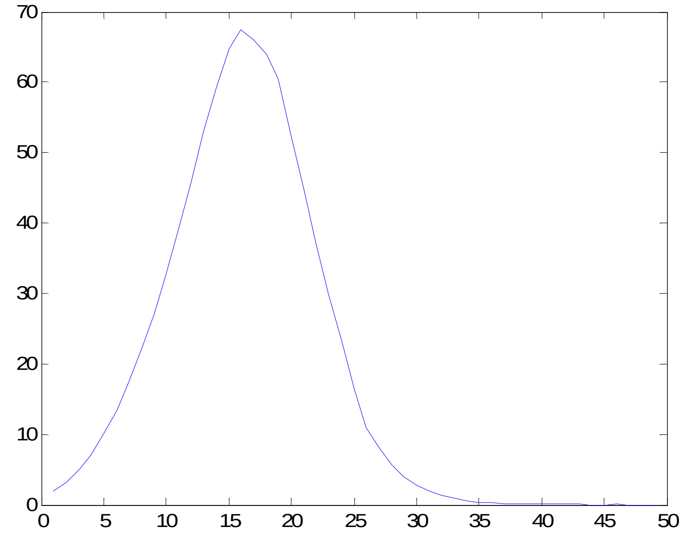


Figura 4.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 900 jugadores, m=50 y SIN SORTEO

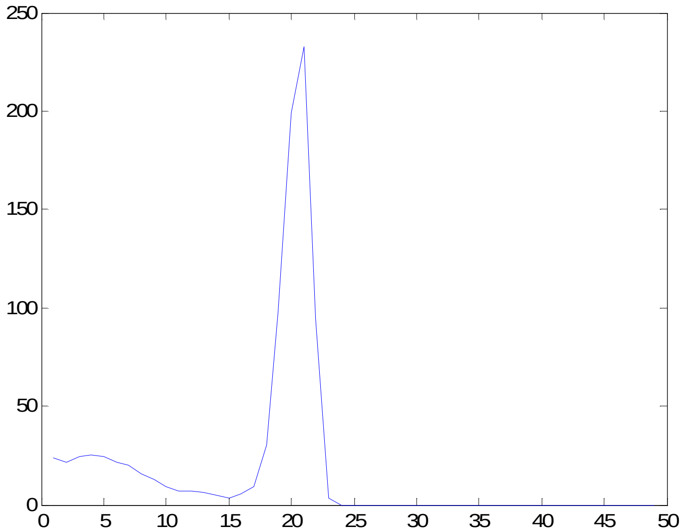


Figura 4.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 900 jugadores, m=50 y CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

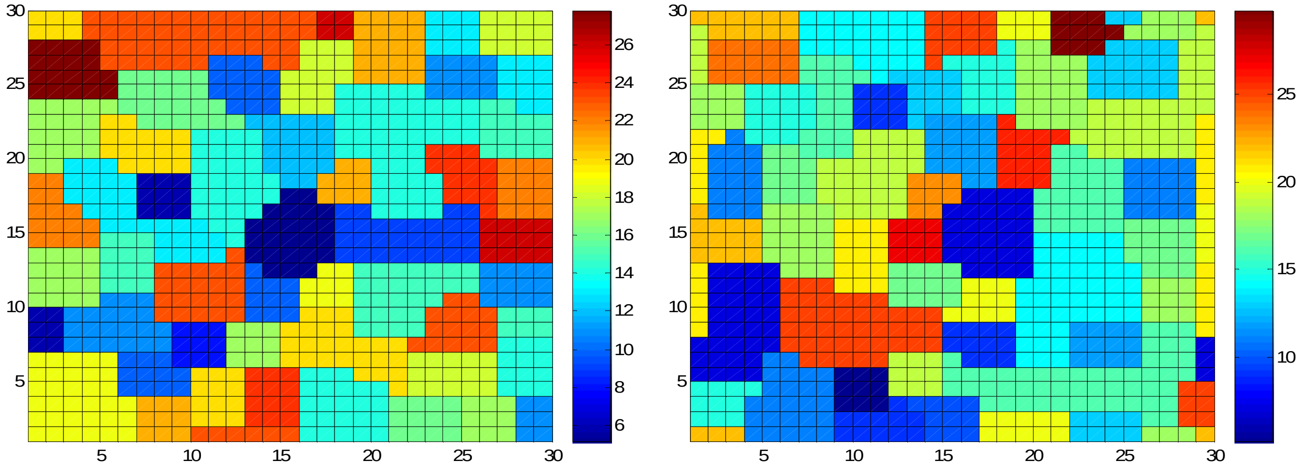


Figura 4.2.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con 900 jugadores, m=50 y SIN SORTEO

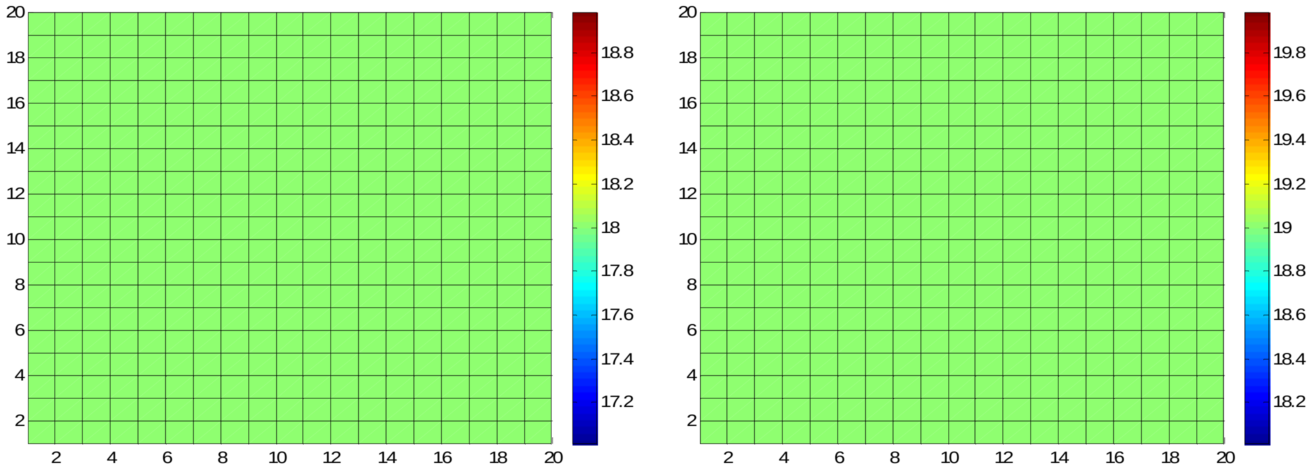


Figura 4.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con 900 jugadores, m=50 y CON SORTEO

4.3. Red cuadrada de 1600 jugadores (40x40).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	16.12	0.58
Con sorteo	14.86	7.52

Tabla 4.3.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

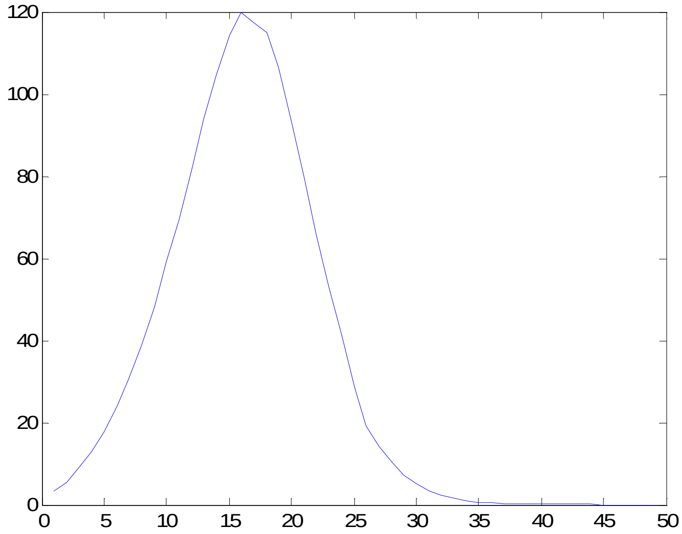


Figura 4.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 1600 jugadores, m=50 y SIN SORTEO

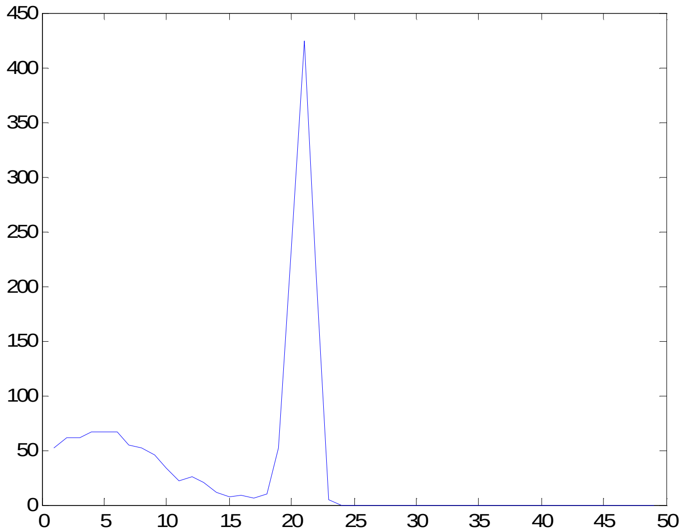


Figura 4.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para 1600 jugadores, m=50 y CON SORTEO

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

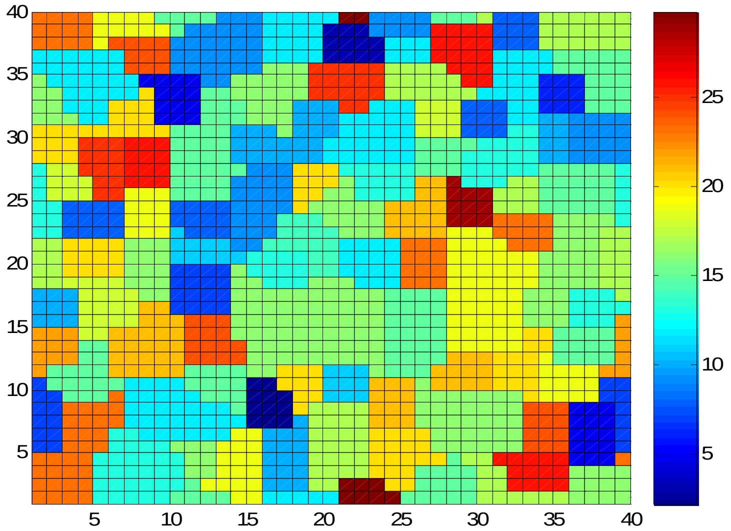


Figura 4.3.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con 1600 jugadores, m=50 y SIN SORTEO

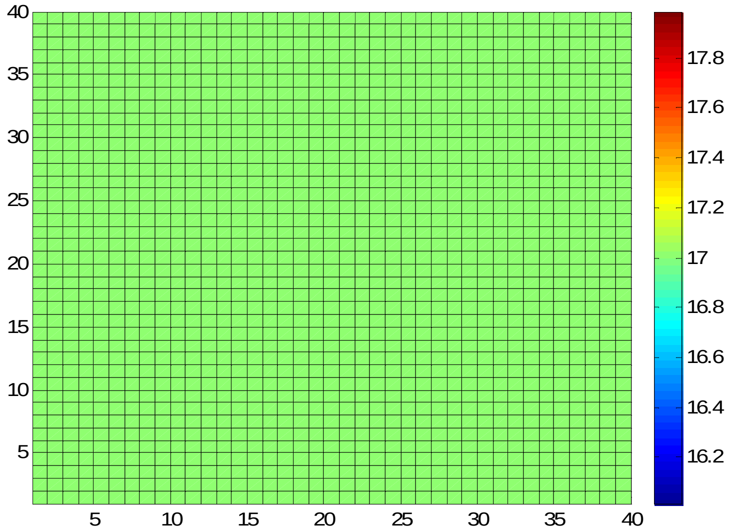


Figura 4.3.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con 1600 jugadores, m=50 y CON SORTEO

5. Simulaciones con 1 umbral, considerando regla de actualización proporcional y sin vecinos diagonales.

5.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	21.21	1.70
Con sorteo	21.24	1.85

Tabla 5.1.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

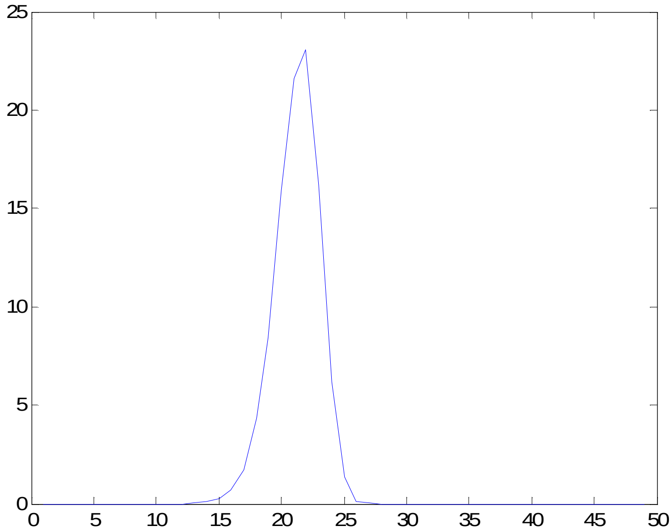


Figura 5.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y actualización proporcional

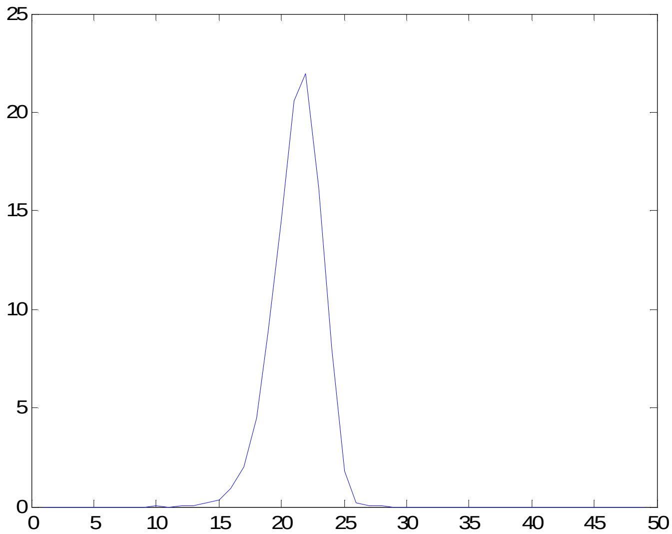


Figura 5.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

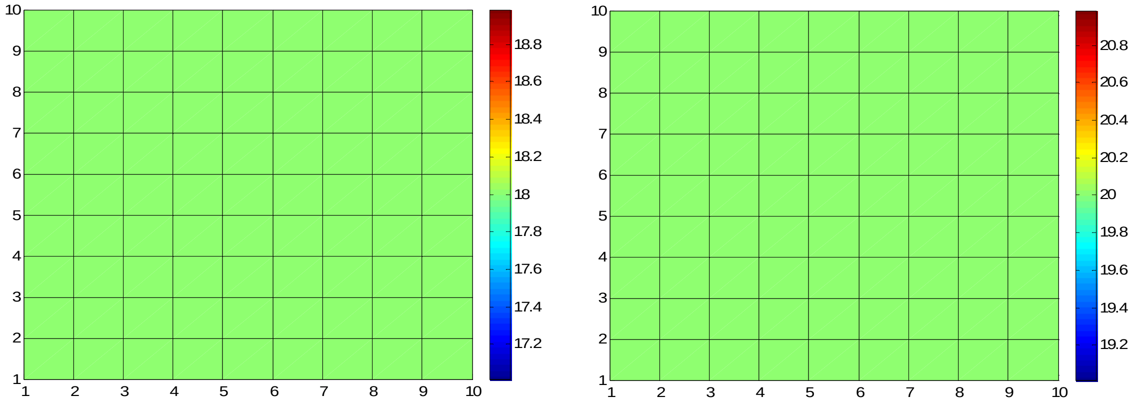


Figura 5.1.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 SIN SORTEO

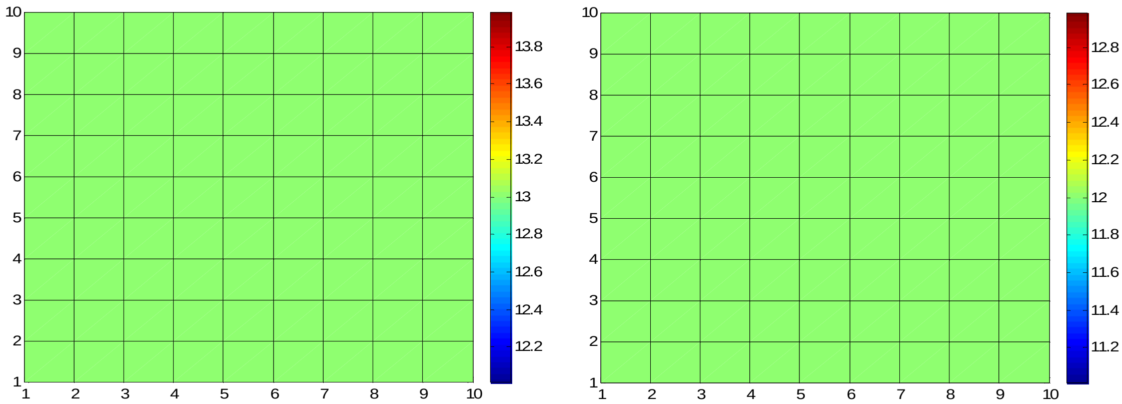


Figura 5.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50CON SORTEO

5.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	8.3609	0.7386
Con sorteo	8.3682	0.7811

Tabla 5.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

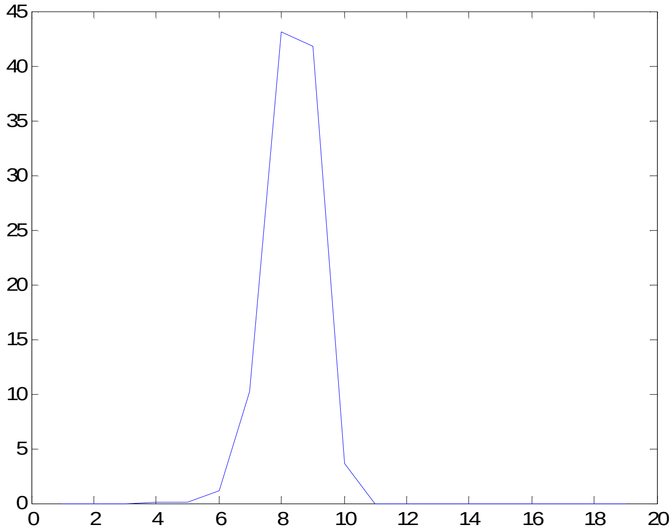


Figura 5.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO y actualización proporcional

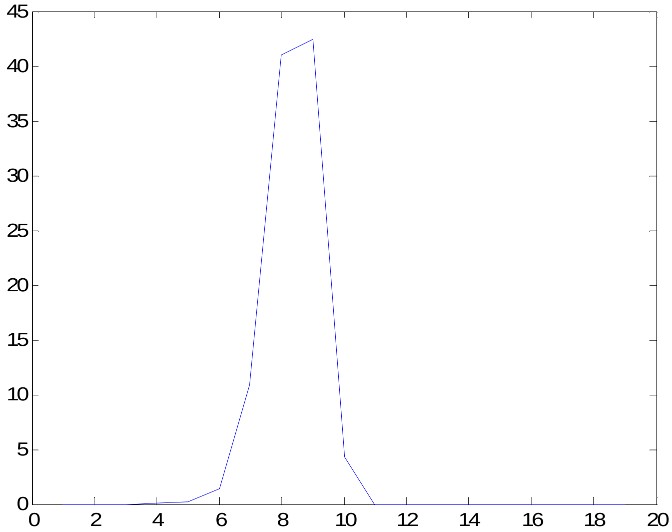


Figura 5.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

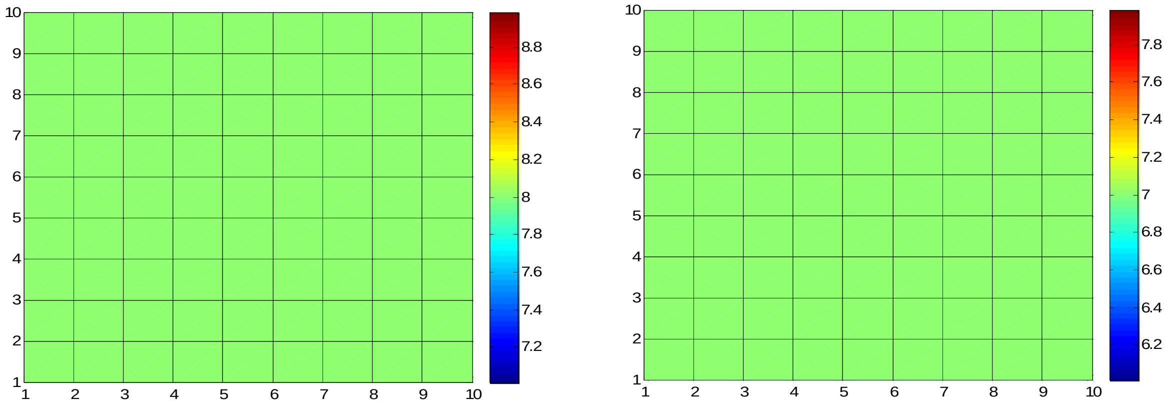


Figura 5.2.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20 SIN SORTEO

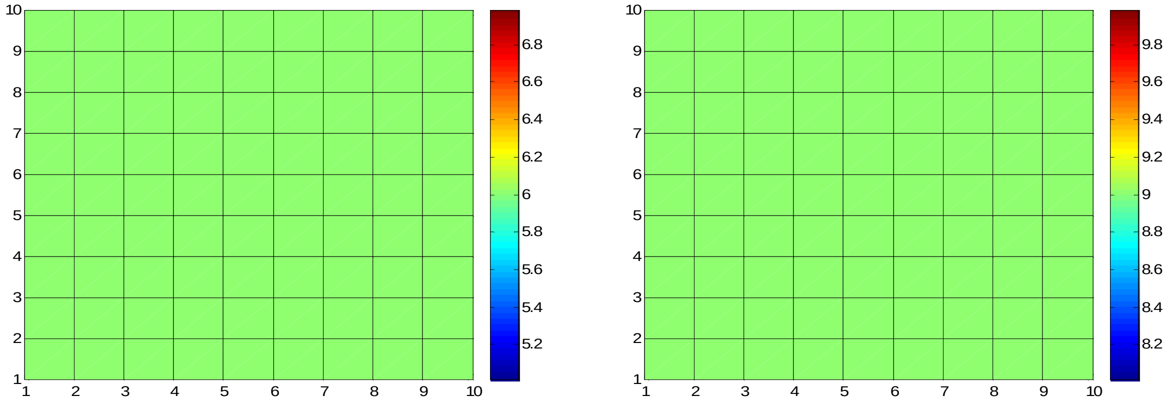


Figura 5.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20 CON SORTEO

5.3. Cantidad a repartir m=10, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	4.04	0.34
Con sorteo	4.05	0.37

Tabla 5.3.1: Media y desviación típica con m=10

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

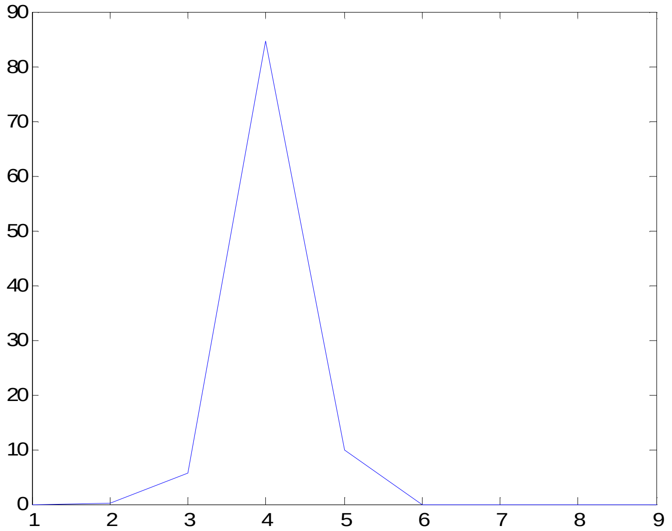


Figura 5.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 SIN SORTEO y actualización proporcional

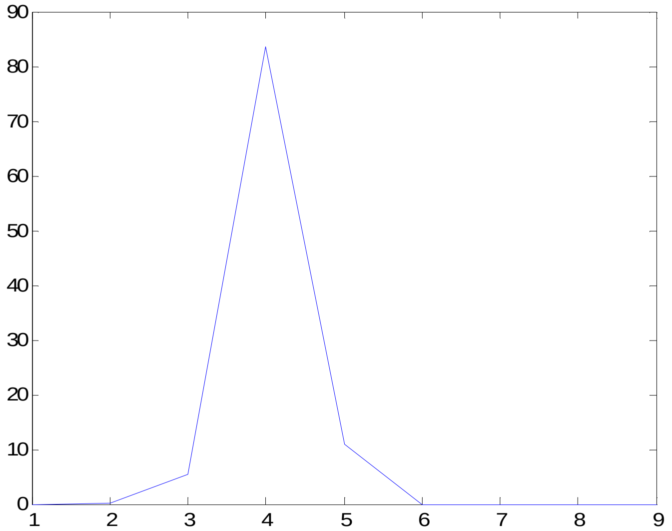


Figura 5.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

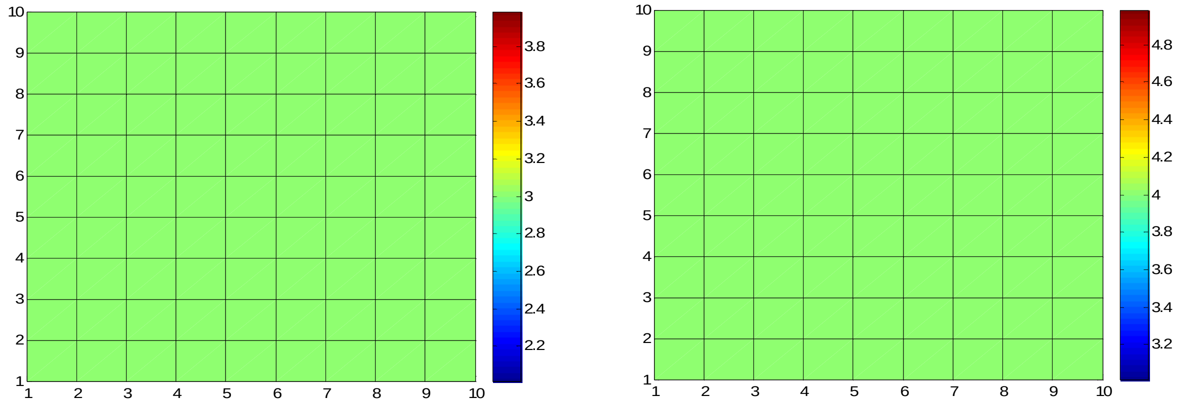


Figura 5.3.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=10 SIN SORTEO

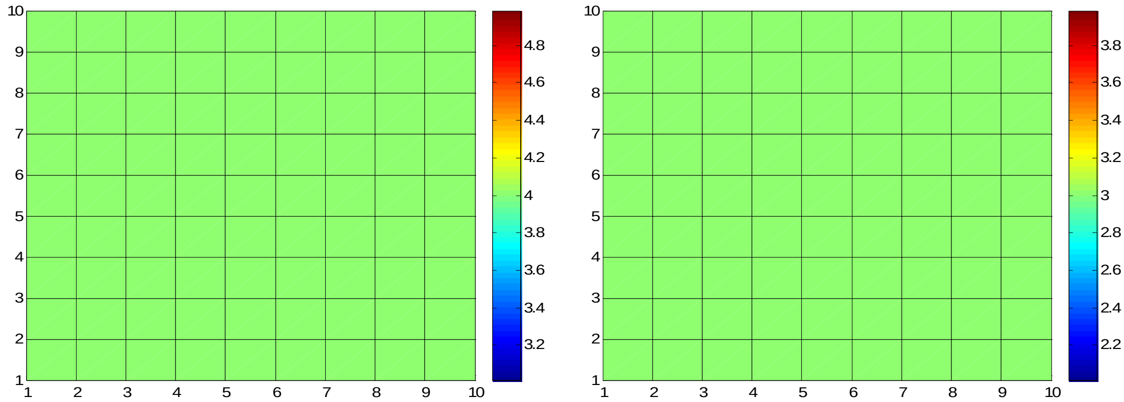


Figura 5.3.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=10 CON SORTEO

6. Simulaciones con 1 umbral, considerando regla de actualización proporcional y jugando con los 4 vecinos diagonales

6.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	20.77	2.02
Con sorteo	20.74	2.16

Tabla 6.2.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

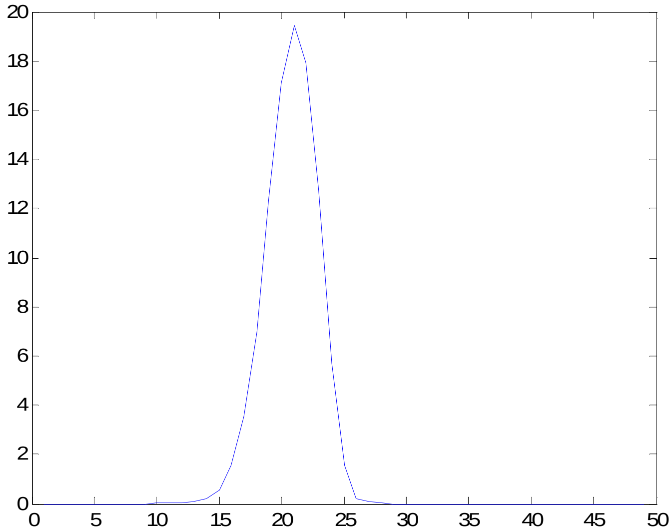


Figura 6.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y actualización proporcional

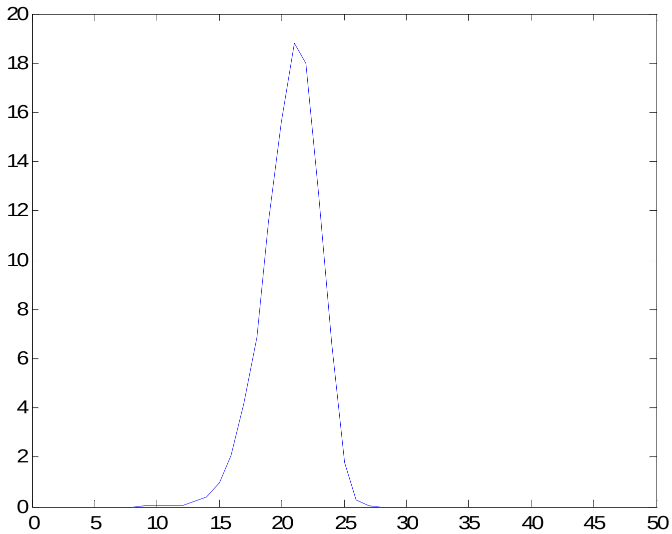


Figura 6.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

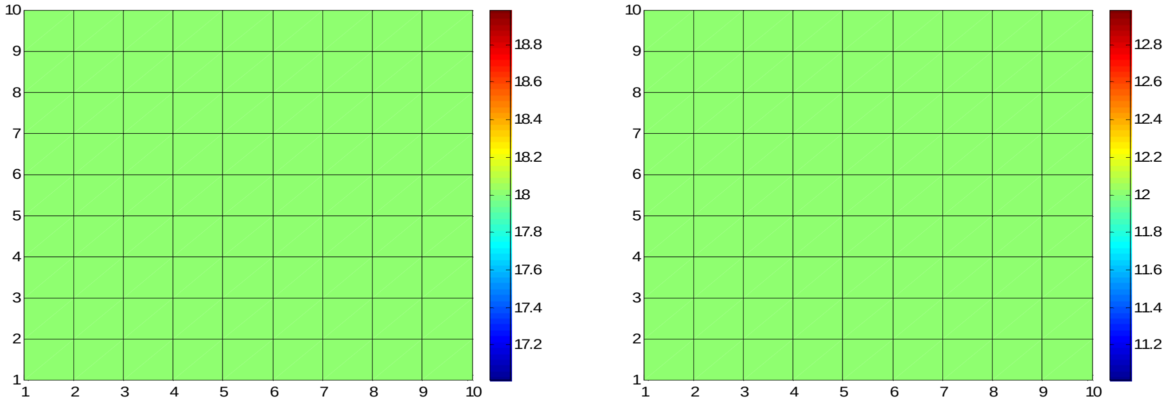


Figura 6.1.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 SIN SORTEO

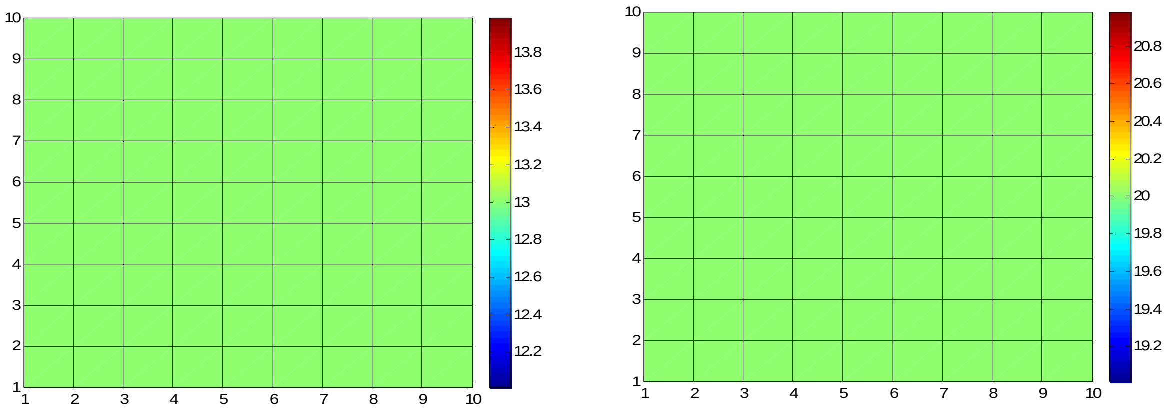


Figura 6.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50CON SORTEO

6.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	8.16	0.89
Con sorteo	8.16	0.94

Tabla 6.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

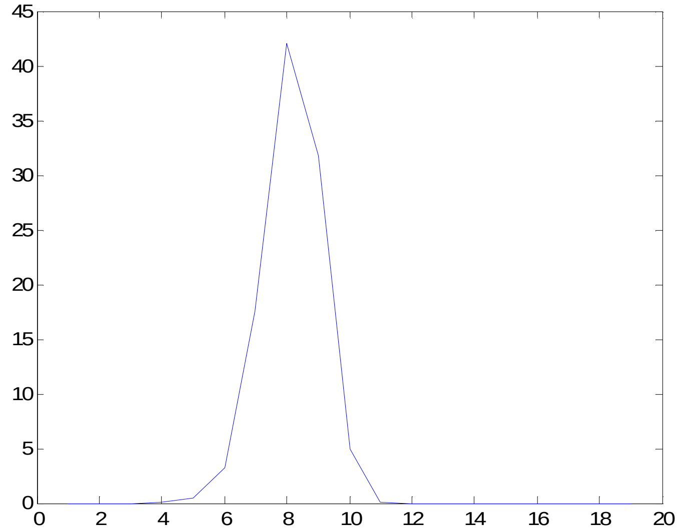


Figura 6.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO y actualización proporcional

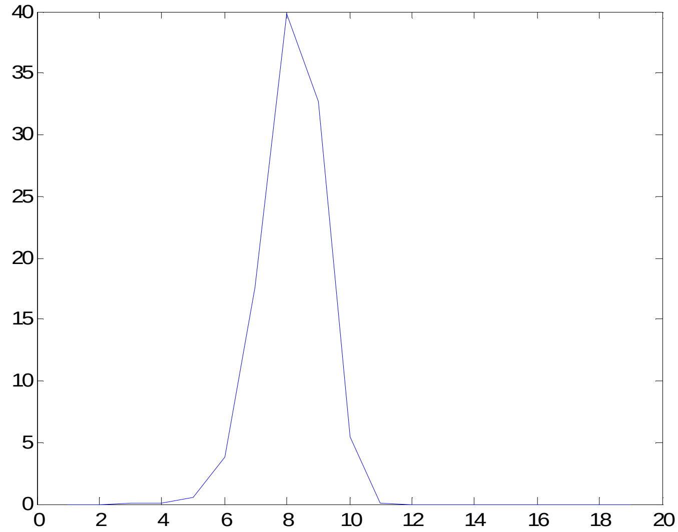


Figura 6.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

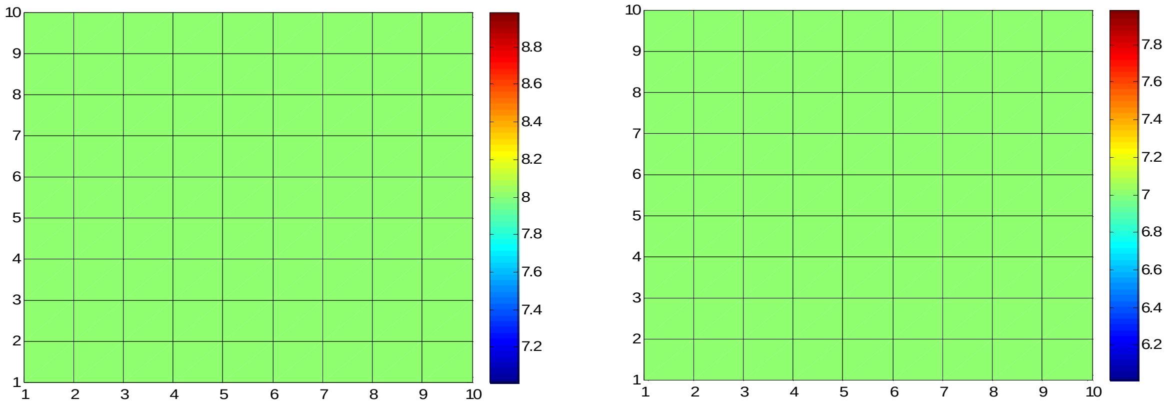


Figura 6.2.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20 SIN SORTEO

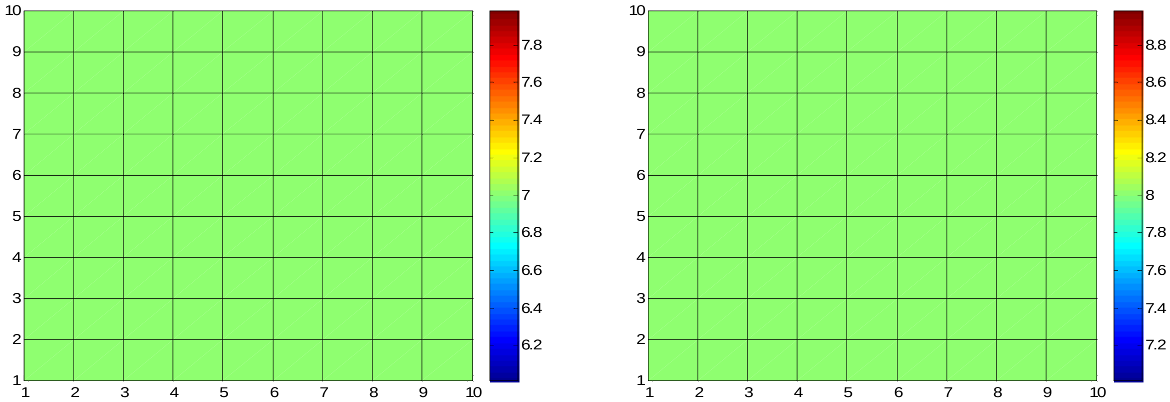


Figura 6.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20 CON SORTEO

6.3. Cantidad a repartir m=10, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	3.99	0.45
Con sorteo	3.98	0.52

Tabla 6.3.1: Media y desviación típica con m=10

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

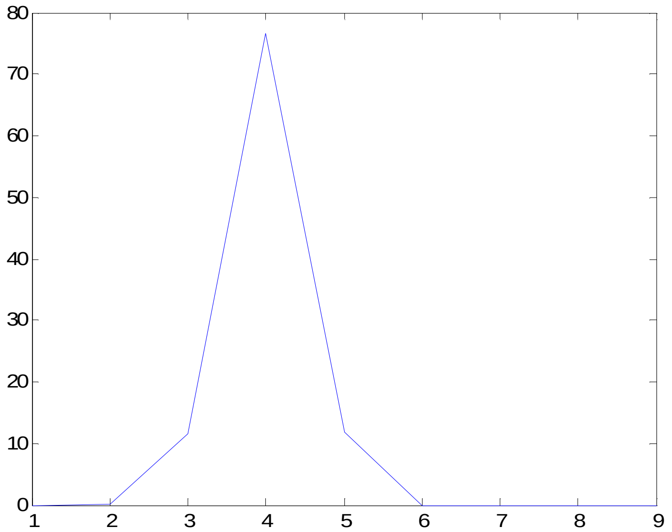


Figura 6.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 SIN SORTEO y actualización proporcional

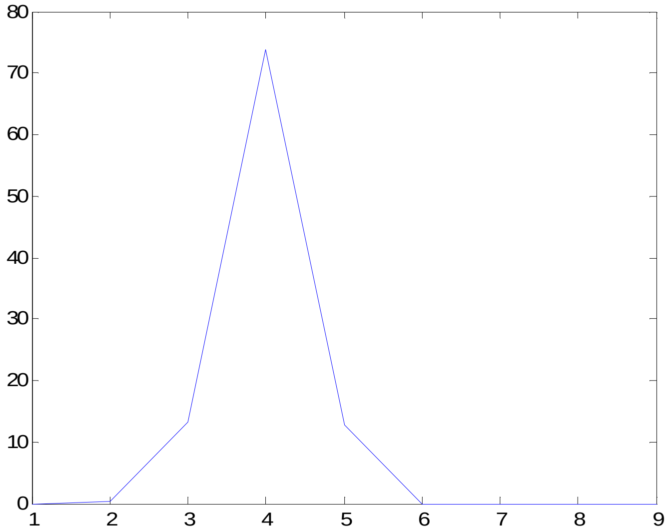


Figura 6.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=10 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

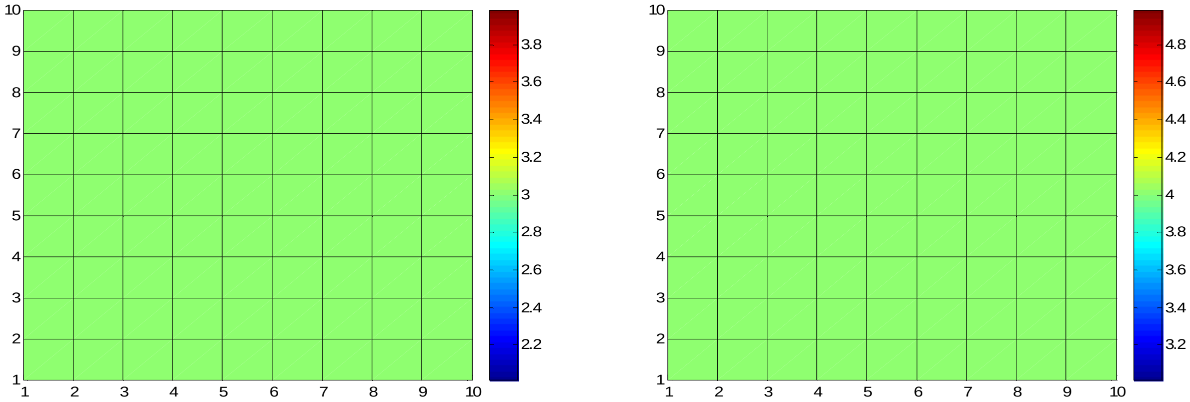


Figura 6.3.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=10 SIN SORTEO

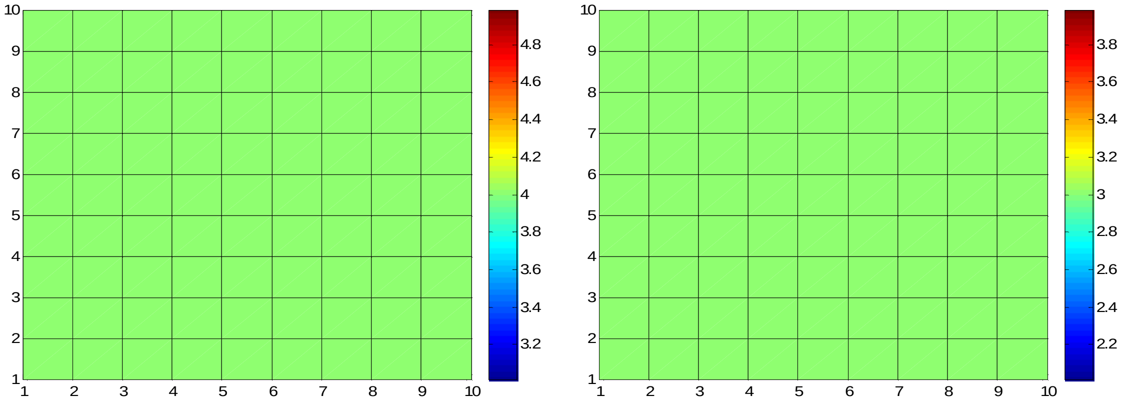


Figura 6.3.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=10 CON SORTEO

7. Simulaciones con 2 umbrales (ofrecido y aceptado), sin vecinos diagonales e imitación incondicional.

7.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Medias y desviaciones típicas de los umbrales:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	13.99	14.52	Media	9.47	9.69
Desviación típica	4.40	3.59	Desviación típica	5.40	4.18

Tabla 7.3.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

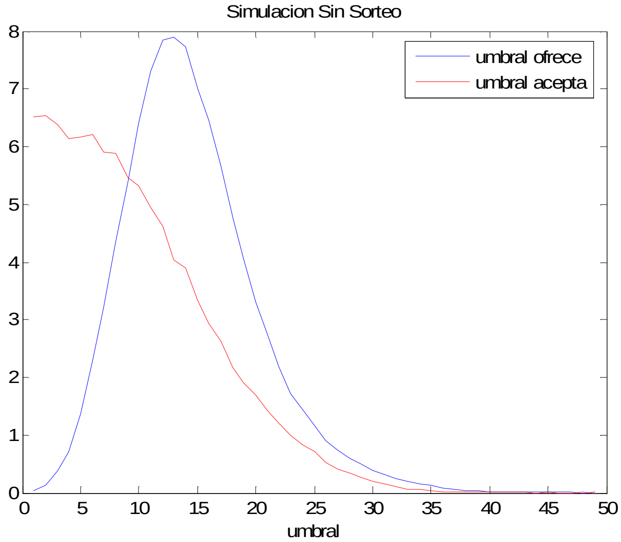


Figura 7.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

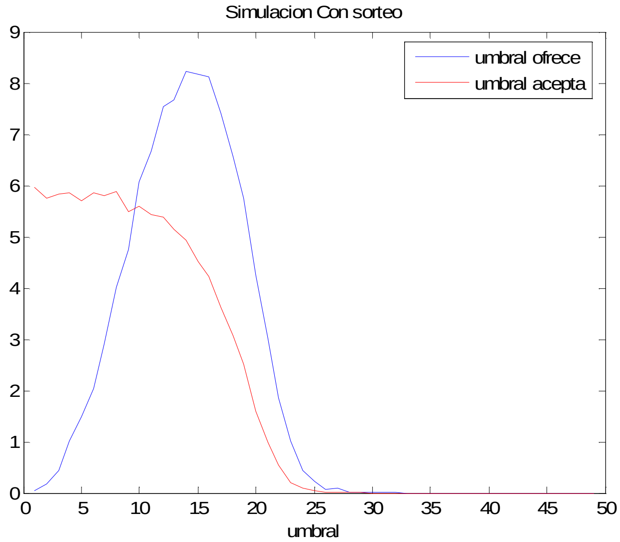


Figura 7.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

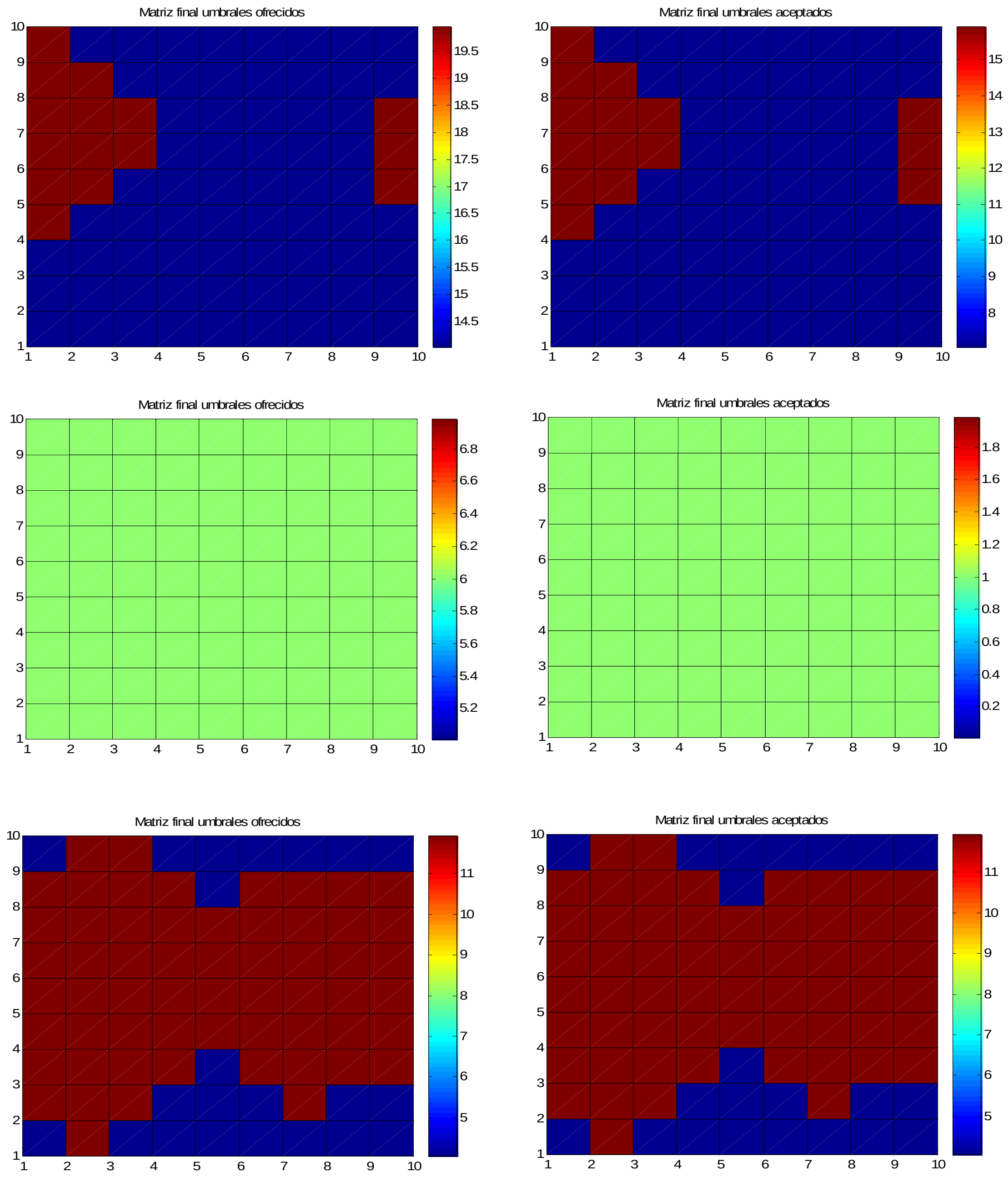


Figura 7.1.3: Umbrales finales para 3 simulaciones con m=50 SIN SORTEO

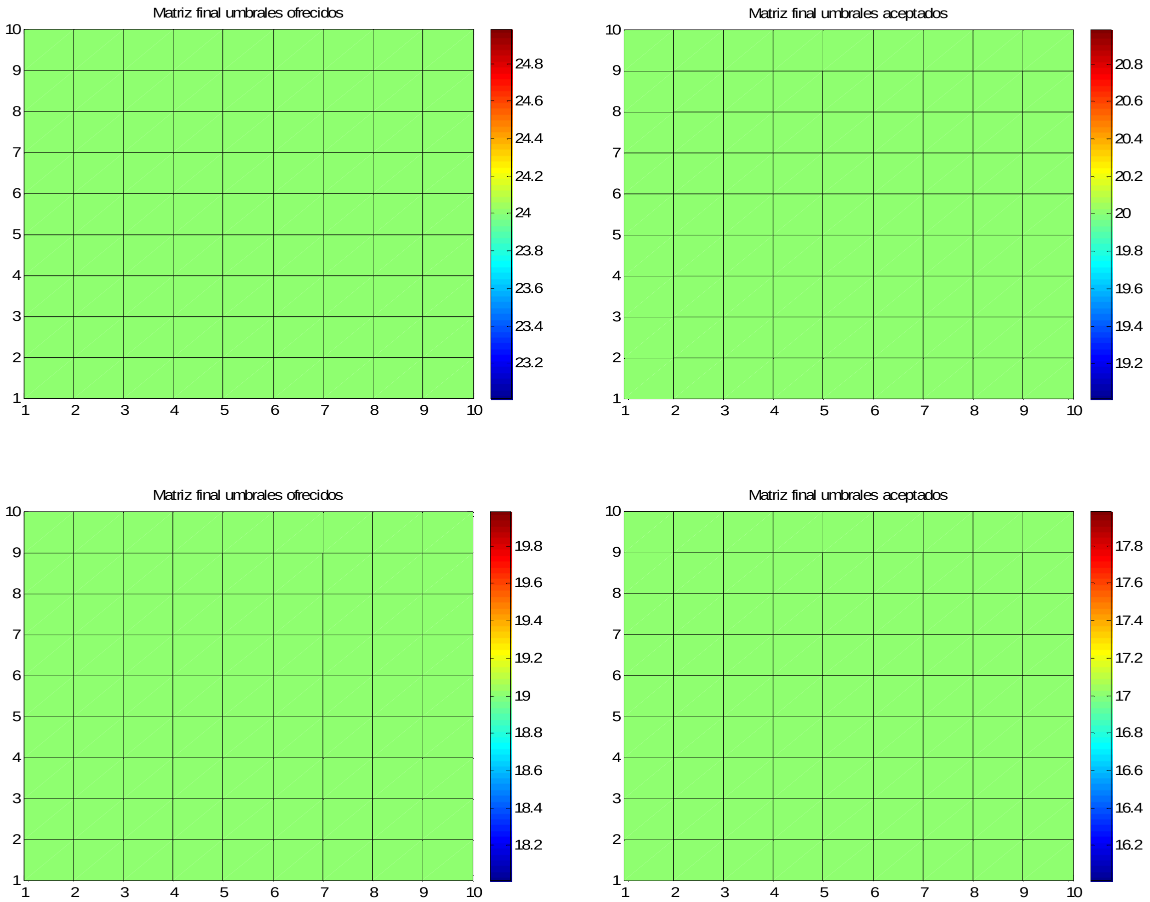


Figura 7.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50CON SORTEO

7.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Medias y desviaciones típicas de los umbrales:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	5.60	5.70	Media	4.09	4.16
Desviación típica	1.73	1.47	Desviación típica	2.09	1.61

Tabla 7.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

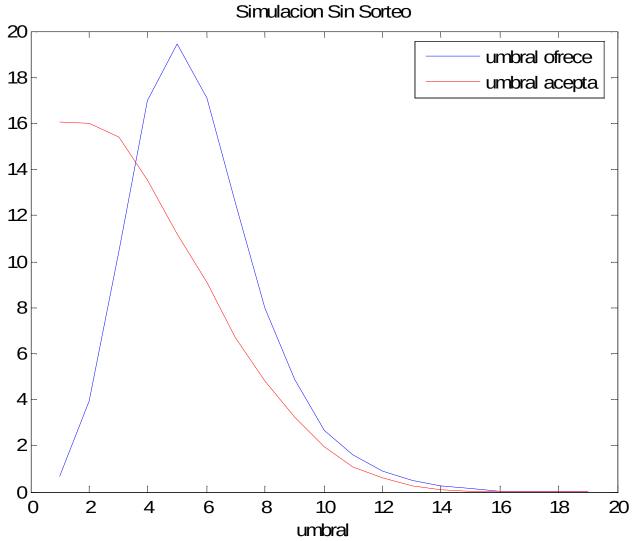


Figura 7.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO

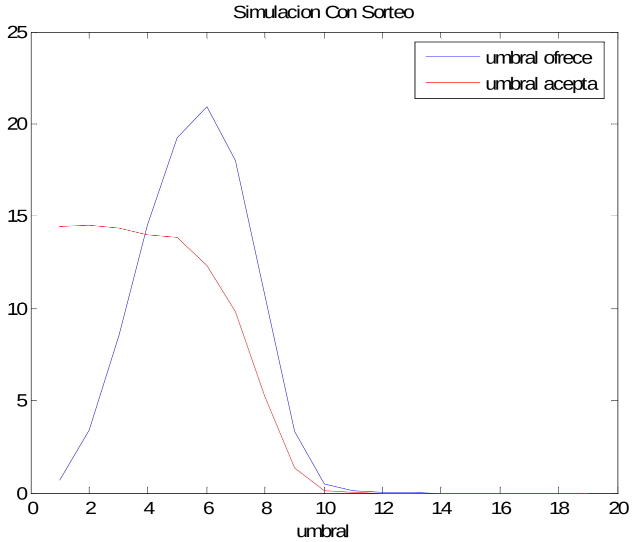


Figura 7.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 20.

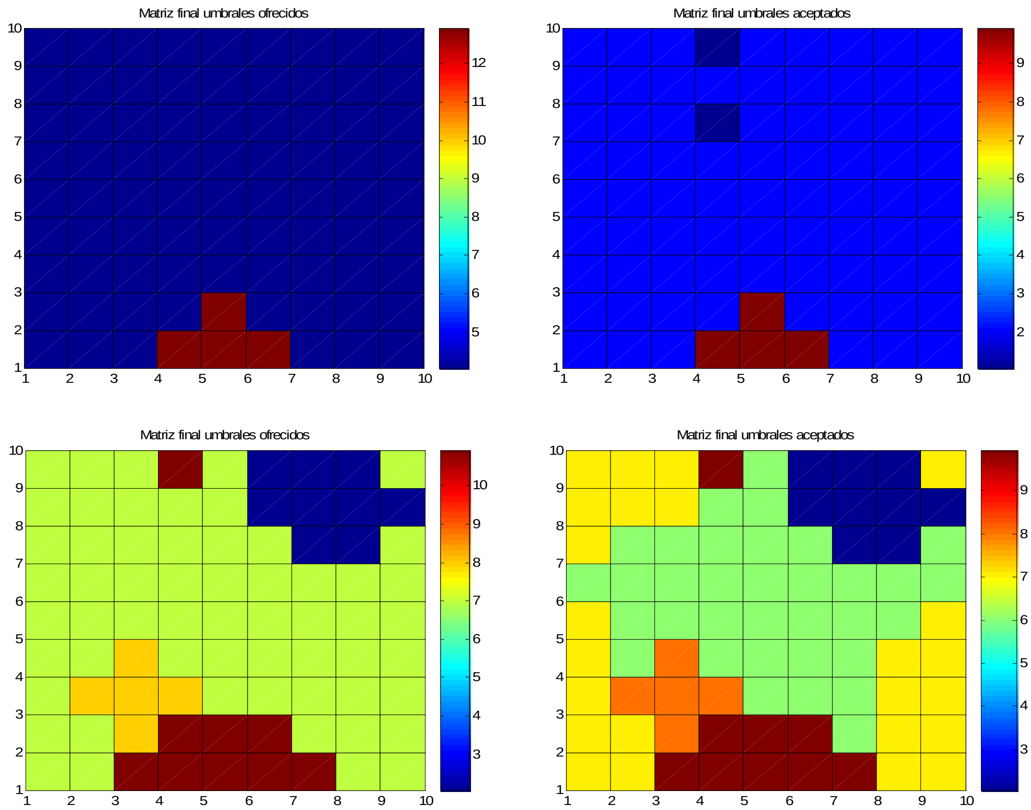


Figura 7.2.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20 SIN SORTEO

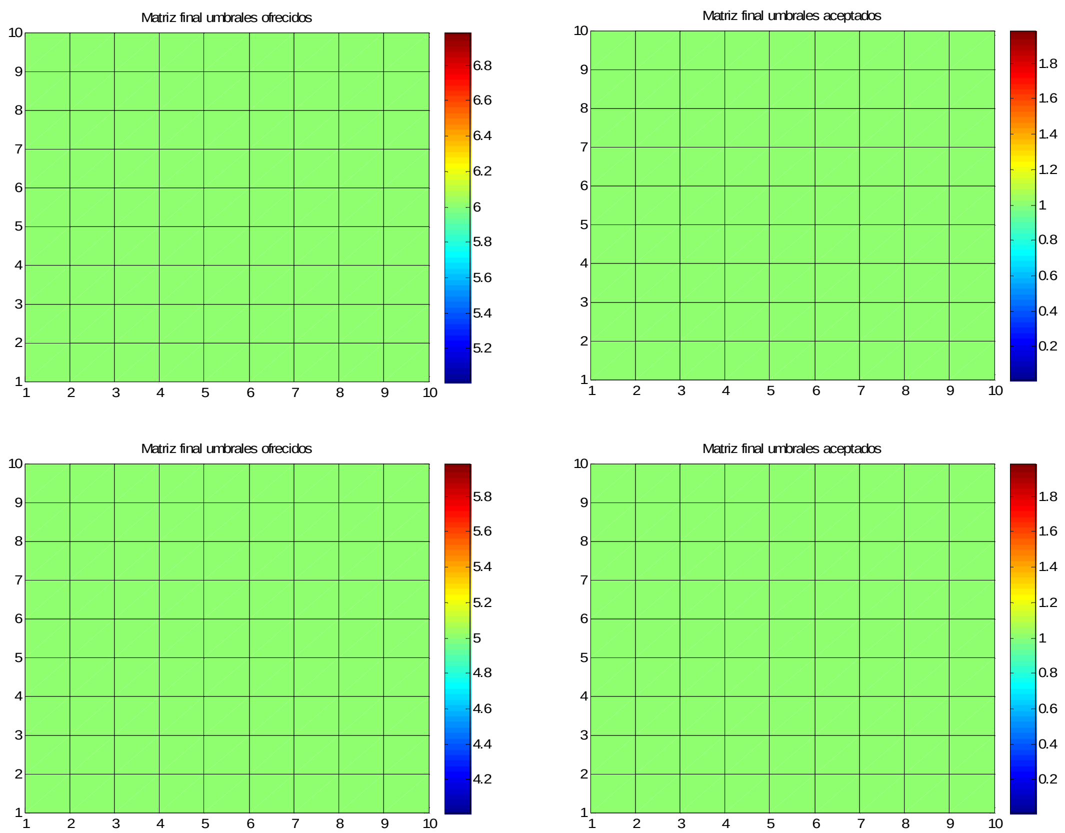


Figura 7.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20CON SORTEO

8. Simulaciones con 2 umbrales (ofrecido y aceptado), considerando a los cuatro vecinos diagonales e imitación incondicional.

8.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Medias y desviaciones típicas de los umbrales:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	14.10	14.60	Media	8.55	9.04
Desviación típica	4.51	3.91	Desviación típica	5.16	4.54

Tabla 8.4.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

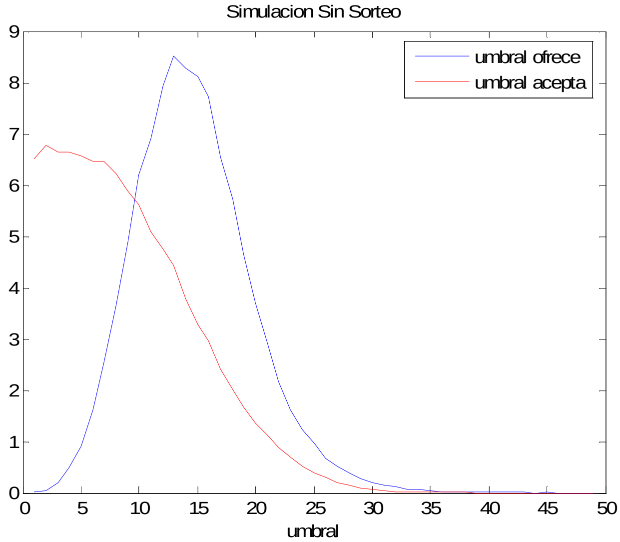


Figura 8.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

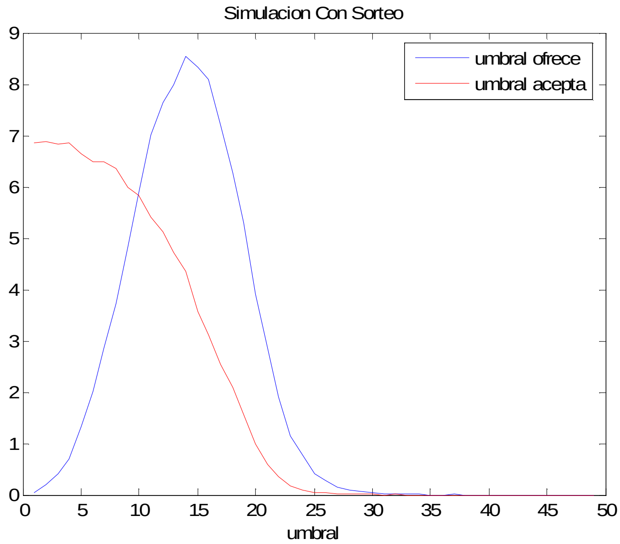


Figura 8.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

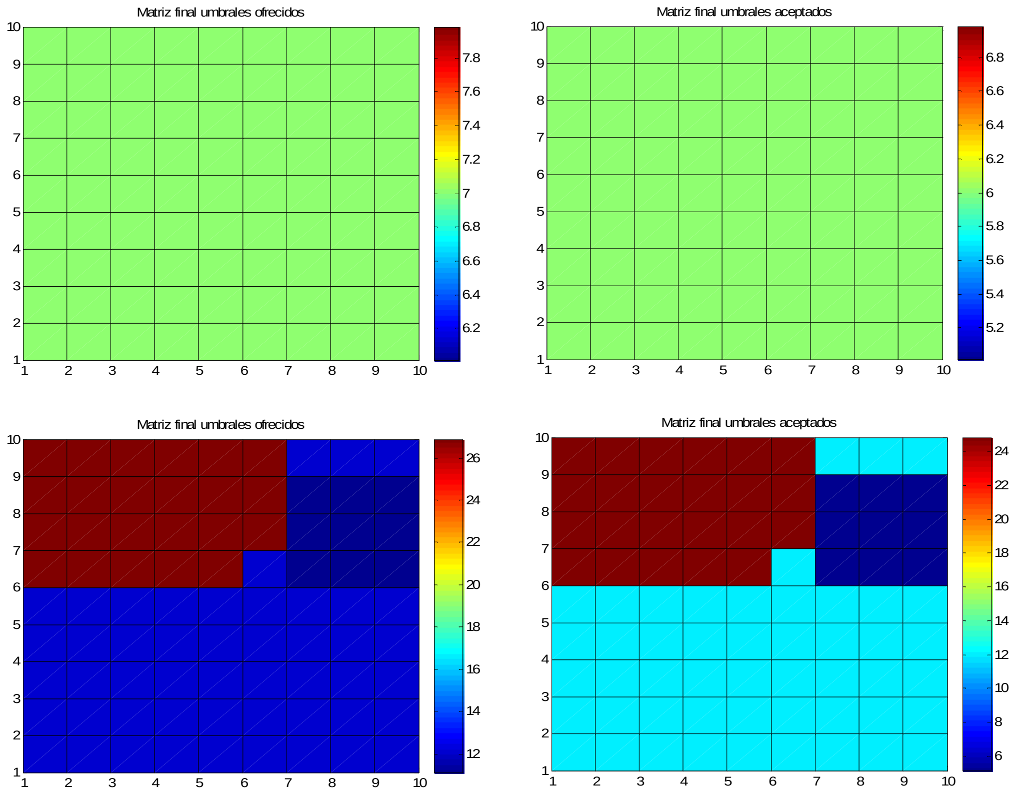


Figura 8.1.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 SIN SORTEO

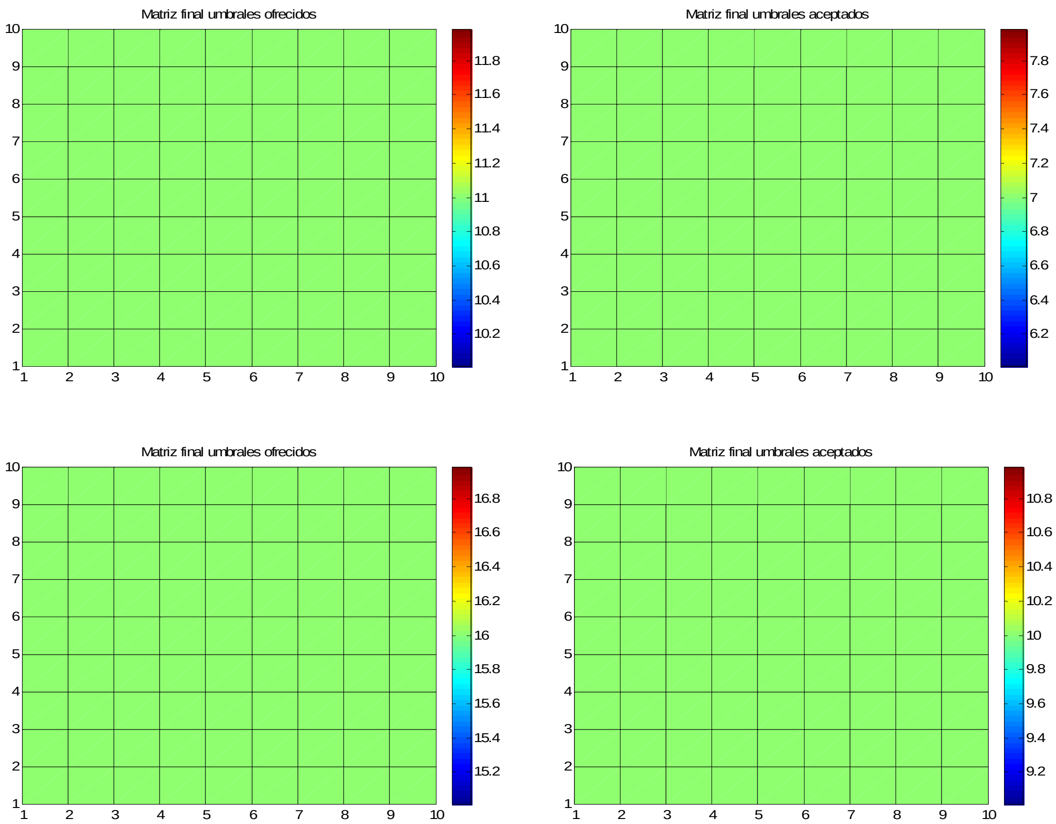


Figura 8.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50CON SORTEO

8.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Medias y desviaciones típicas de los umbrales:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	5.60	5.83	Media	3.69	3.89
Desviación típica	1.76	1.55	Desviación típica	2.00	1.73

Tabla 8.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

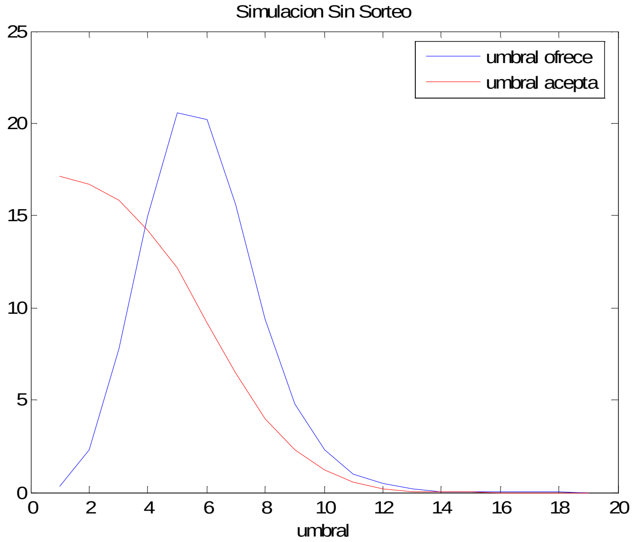


Figura 8.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO

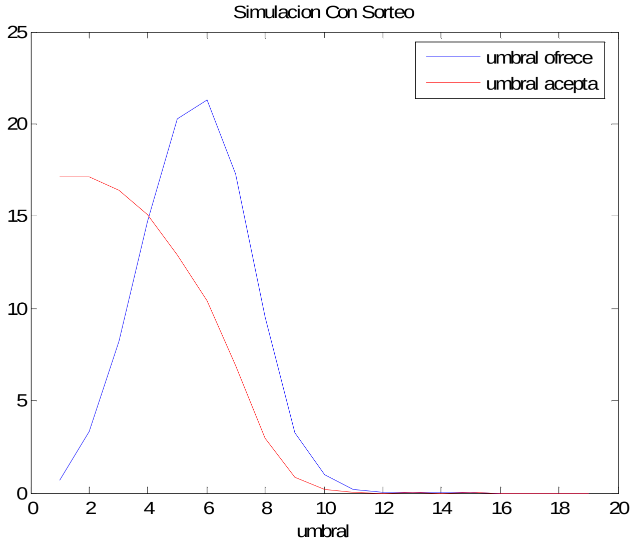


Figura 8.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 20.

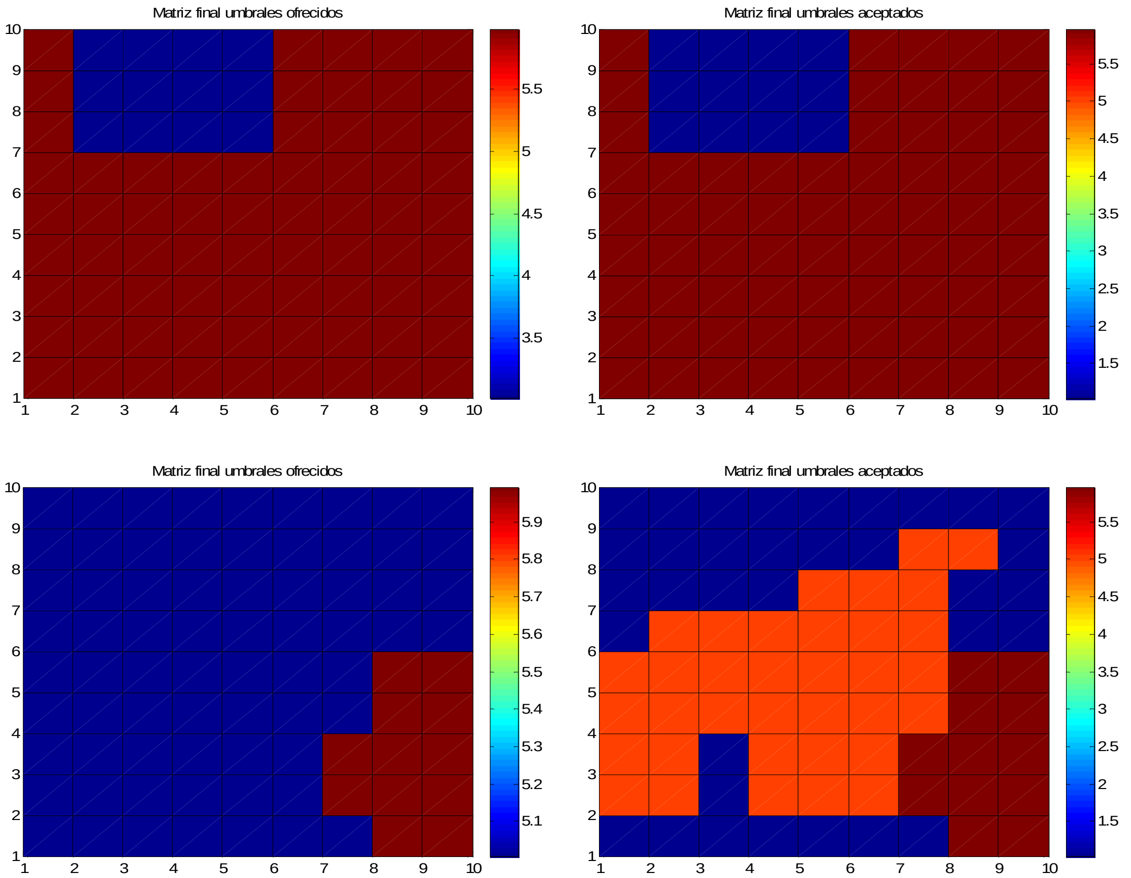


Figura 8.2.3: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=20 SIN SORTEO

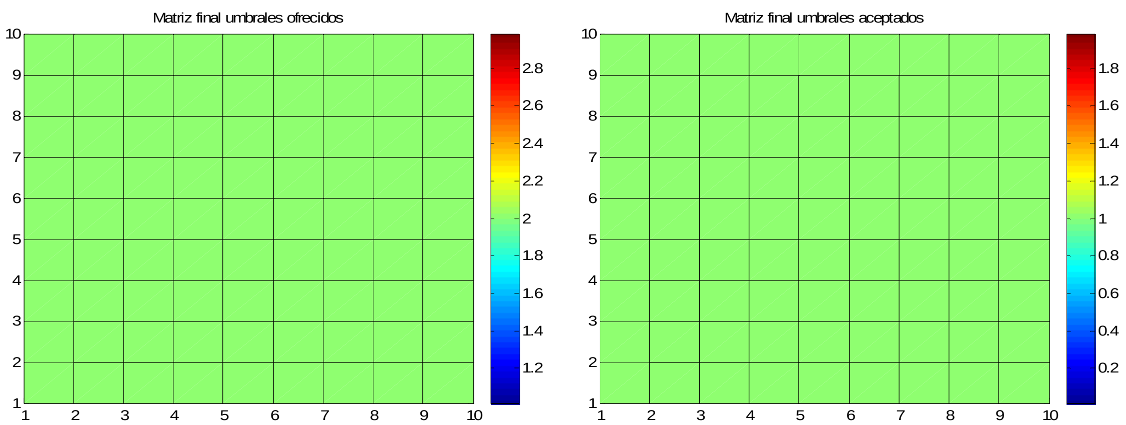


Figura 8.2.4: Umbrales finales para 1 simulación con m=20 CON SORTEO

9. Simulaciones con 2 umbrales (ofrecido y aceptado), sin vecinos diagonales e evolución simple en Redes de 400 (20x20), 900(30x30) y 1600(40x40) jugadores. Cantidad a repartir m=50.

9.1. 400 jugadores (Red cuadrada 20x20).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	14.08	11.20	Media	12.16	8.70
Desviación típica	4.22	2.39	Desviación típica	5.36	2.73

Tabla 9.1.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

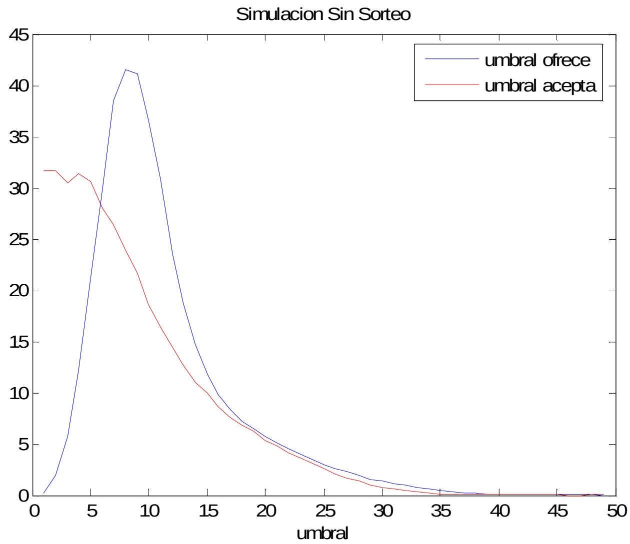


Figura 9.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

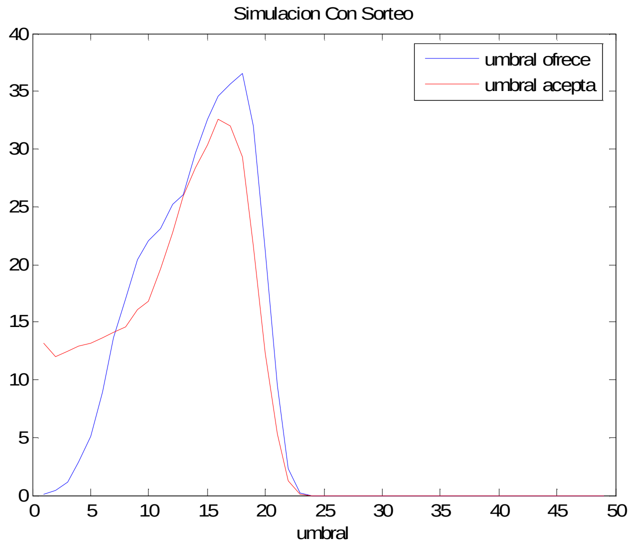


Figura 9.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

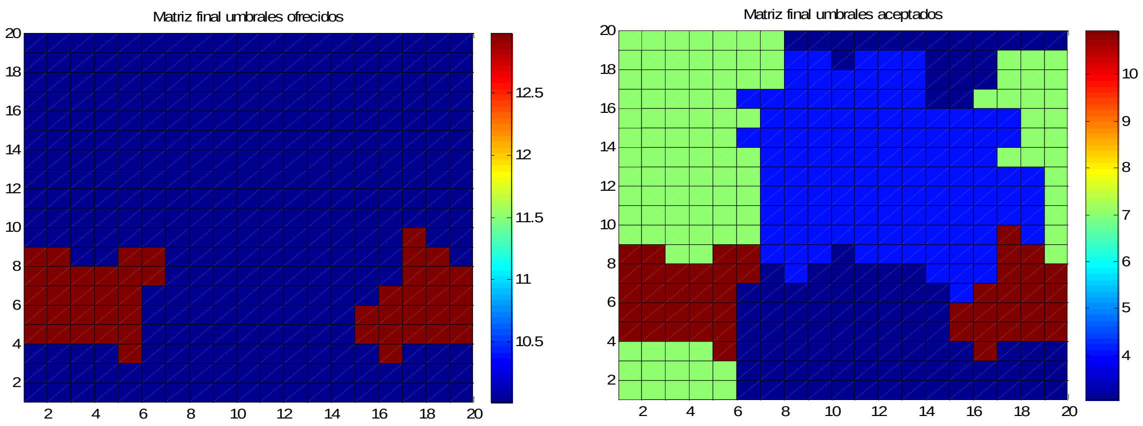


Figura 9.1.3: Umbrales finales para 4 simulaciones m=50 SIN SORTEO

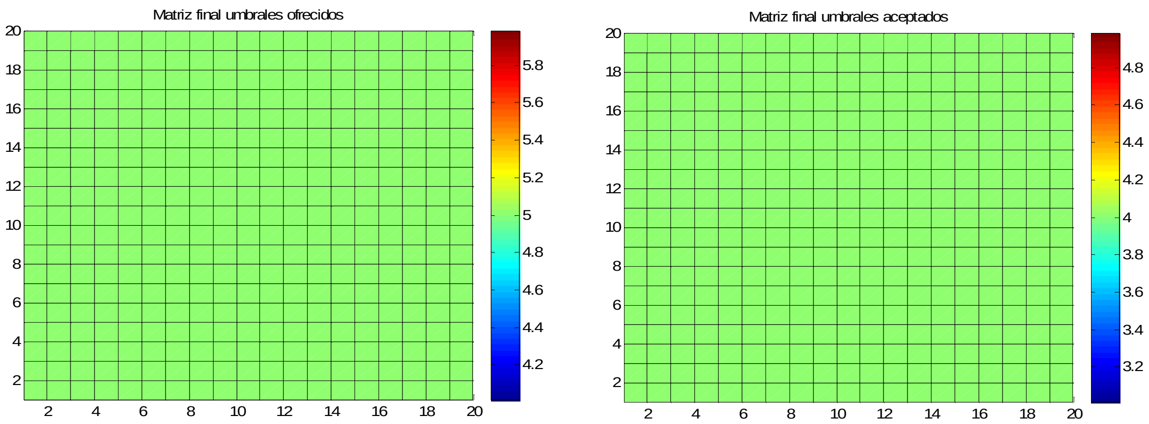


Figura 9.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones m=50 CON SORTEO

9.2. 900 jugadores (Red cuadrada 30x30).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	16.15	10.20	Media	15.11	8.38
Desviación típica	3.66	1.83	Desviación típica	4.37	2.05

Tabla 9.2.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

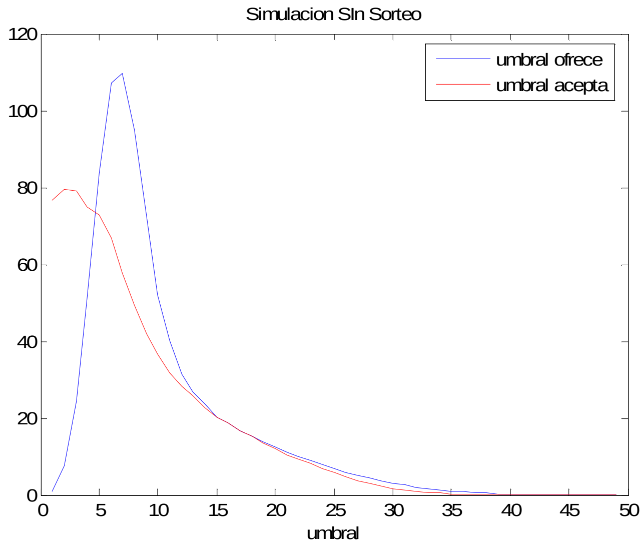


Figura 9.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

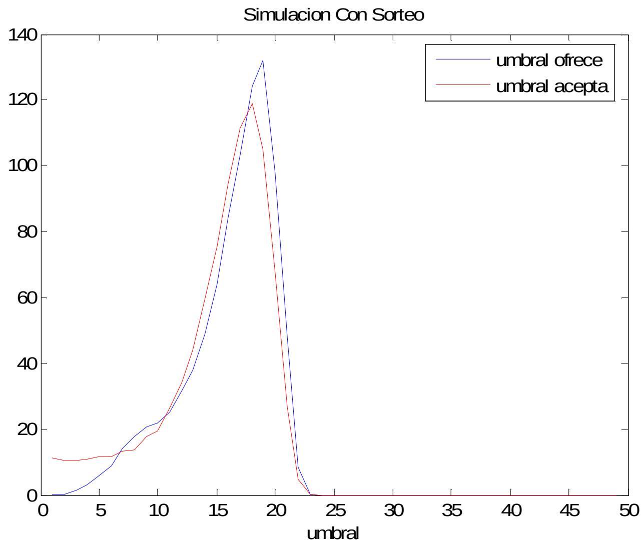


Figura 9.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

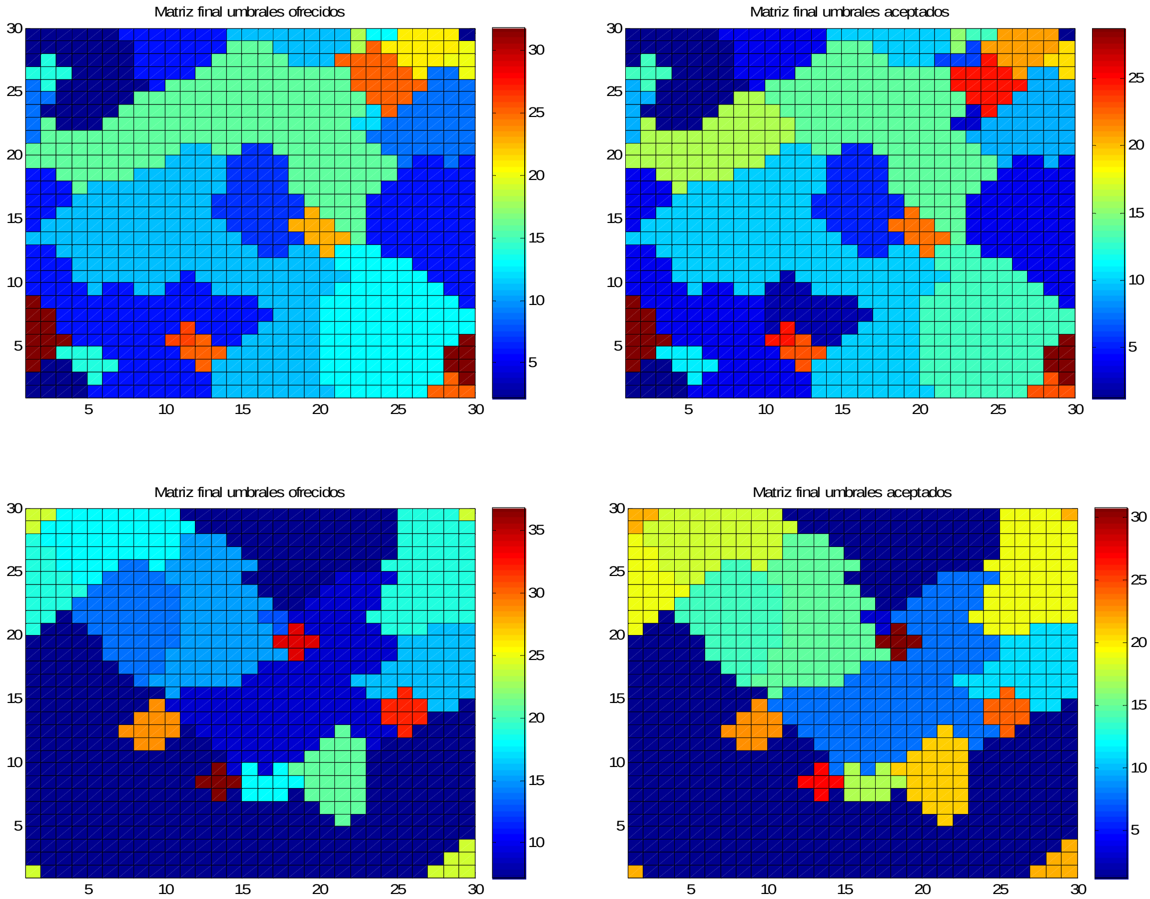


Figura 9.2.3: Umbrales finales para 2 simulaciones m=50 SIN SORTEO

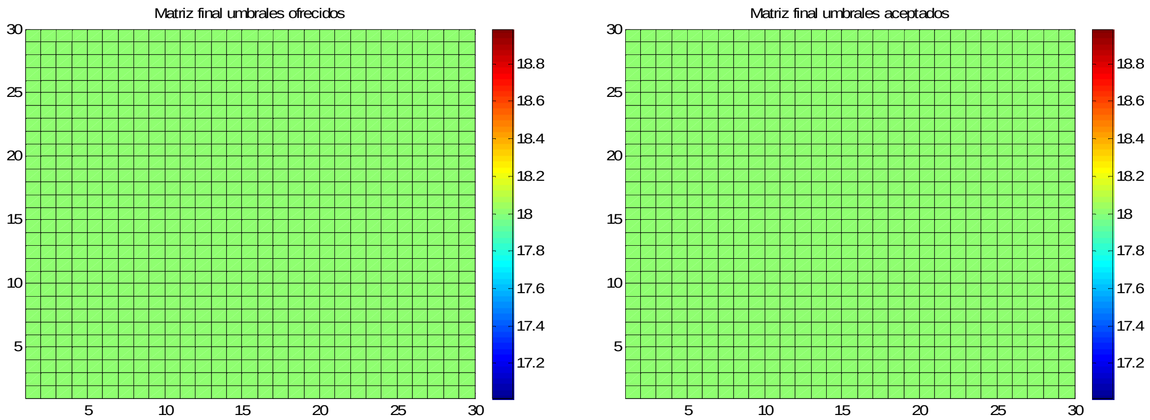


Figura 9.2.4: Umbrales finales para 1 simulaciones m=50 CON SORTEO

9.3. 1600 jugadores (Red cuadrada 40x40).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	17.82	9.71	Media	17.18	8.24
Desviación típica	2.88	1.51	Desviación típica	3.27	1.65

Tabla 9.3.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

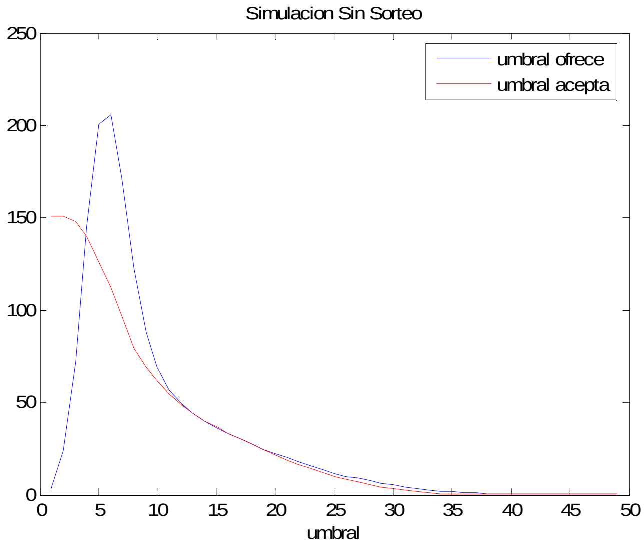


Figura 9.3.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO

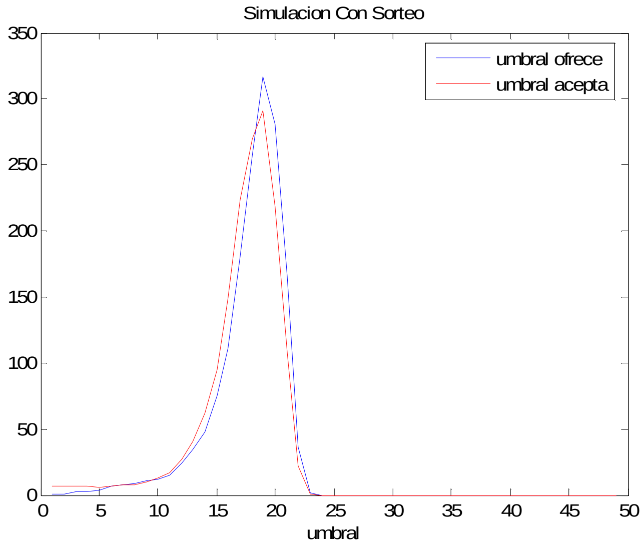


Figura 9.3.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

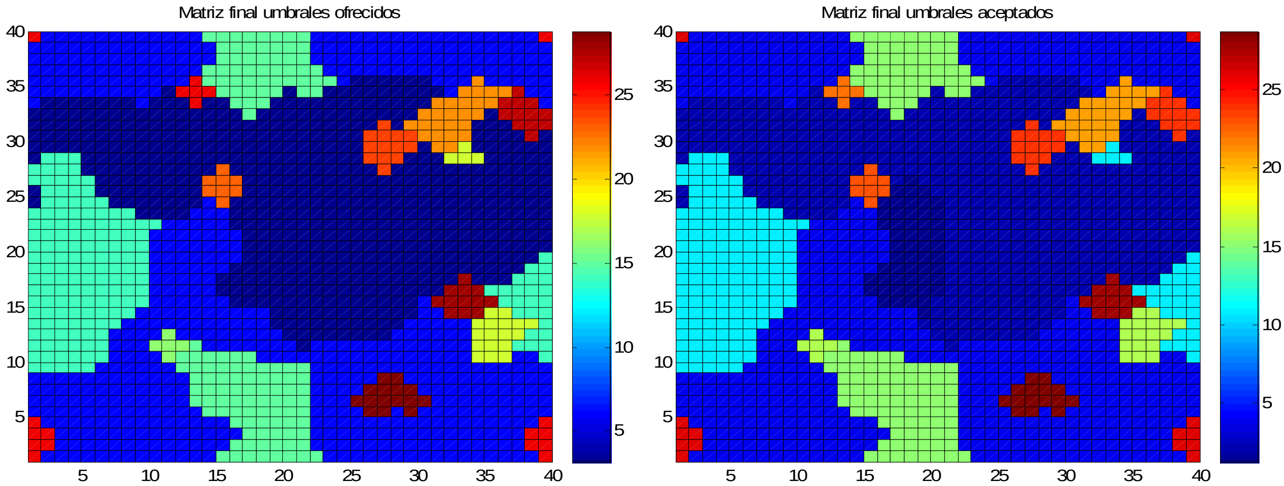


Figura 9.3.3: Umbrales finales para 1 simulación m=50 SIN SORTEO

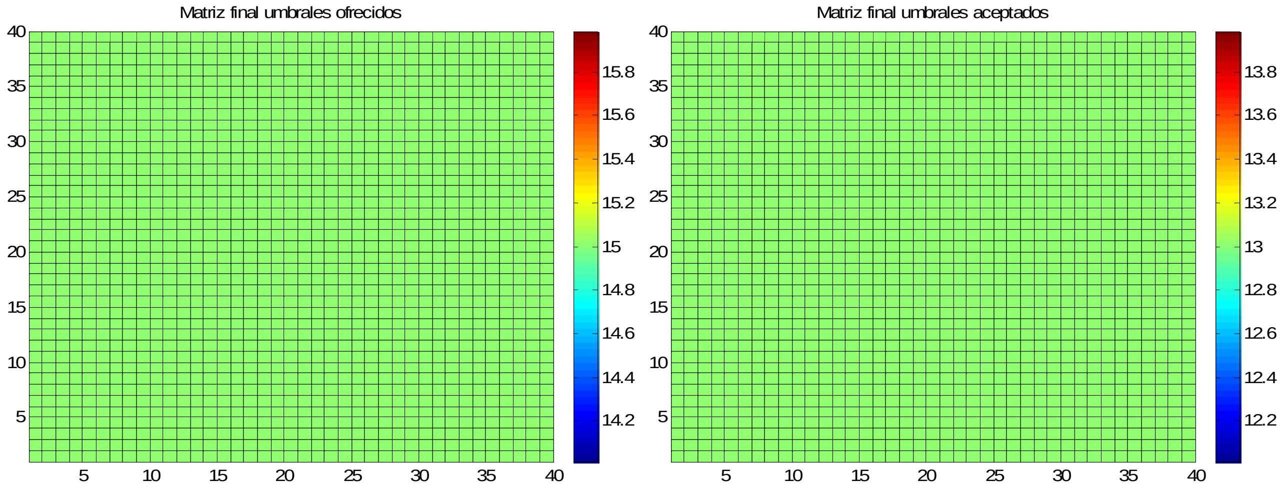


Figura 9.3.4: Umbrales finales para 1 simulación m=50 CON SORTEO

10. Simulaciones con 2 umbrales (ofrecido y aceptado), considerando regla de actualización proporcional y sin vecinos diagonales.

10.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	15.57	15.56	Media	11.37	11.53
Desviación típica	4.01	3.98	Desviación típica	5.78	5.68

Tabla 10.5.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

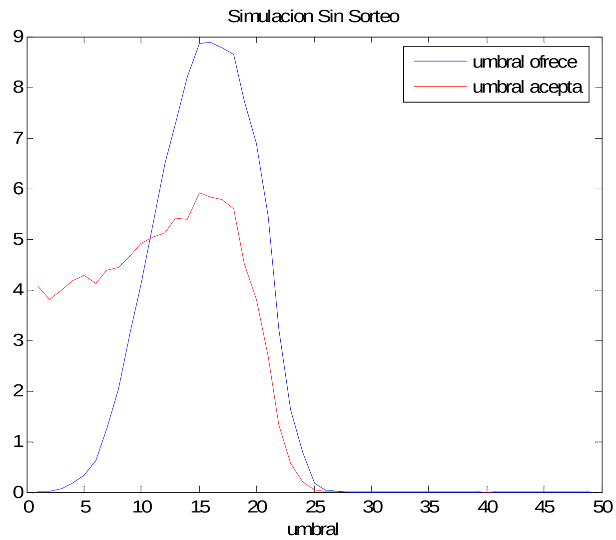


Figura 10.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y actualización proporcional

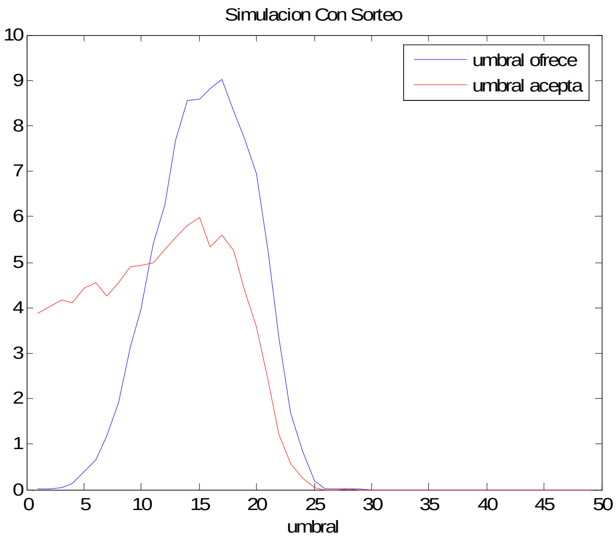


Figura 10.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

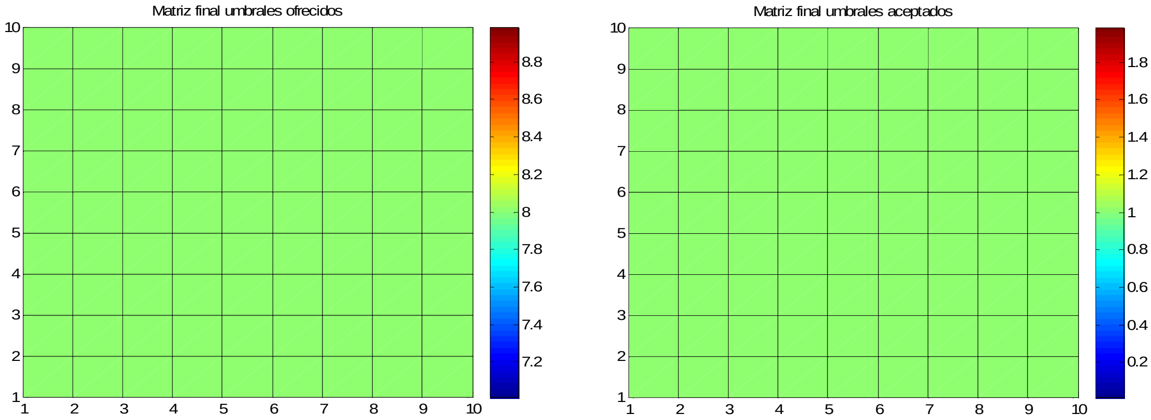


Figura 10.1.3: Umbrales finales para 1 simulación con m=50 SIN SORTEO

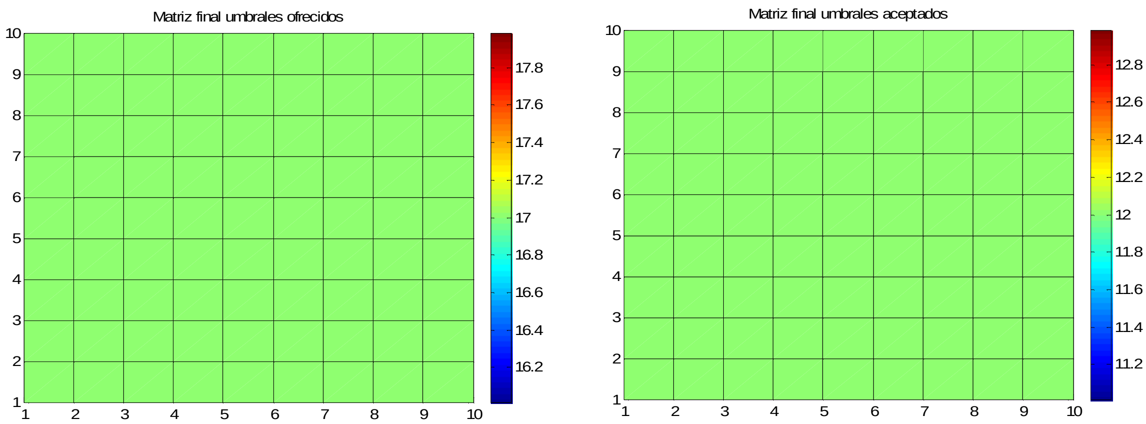


Figura 10.1.4: Umbrales finales para 1 simulación con m=50 CON SORTEO

10.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	6.26	6.30	Media	4.92	5.07
Desviación típica	1.58	1.57	Desviación típica	2.22	2.13

Tabla 10.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

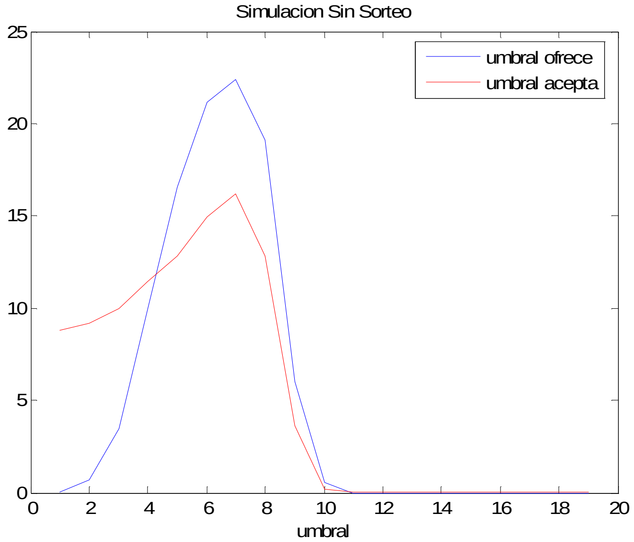


Figura 10.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO y actualización proporcional

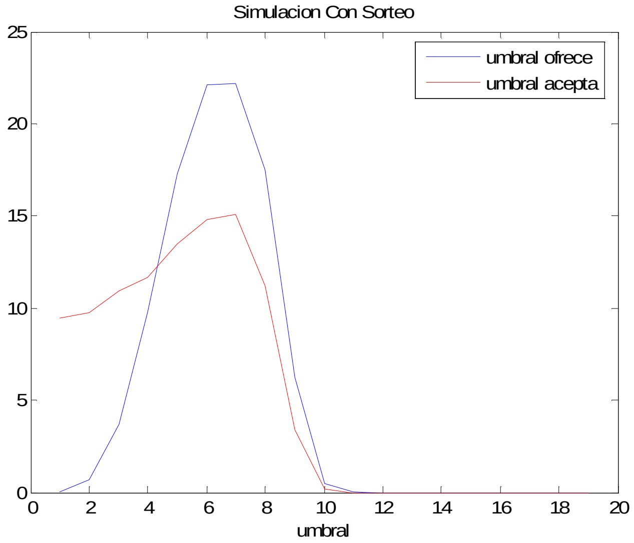


Figura 10.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 20.

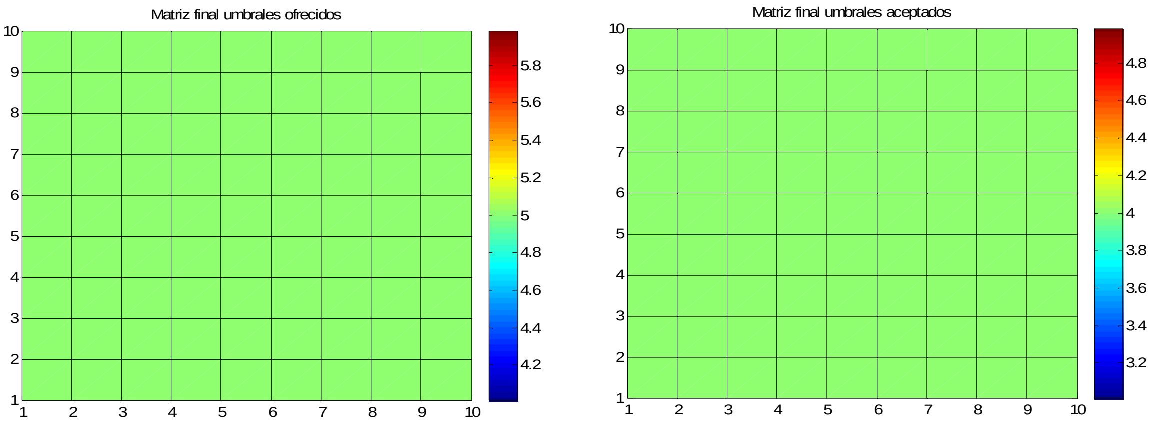


Figura 10.2.3: Umbrales finales para 1 simulación con m=20 SIN SORTEO

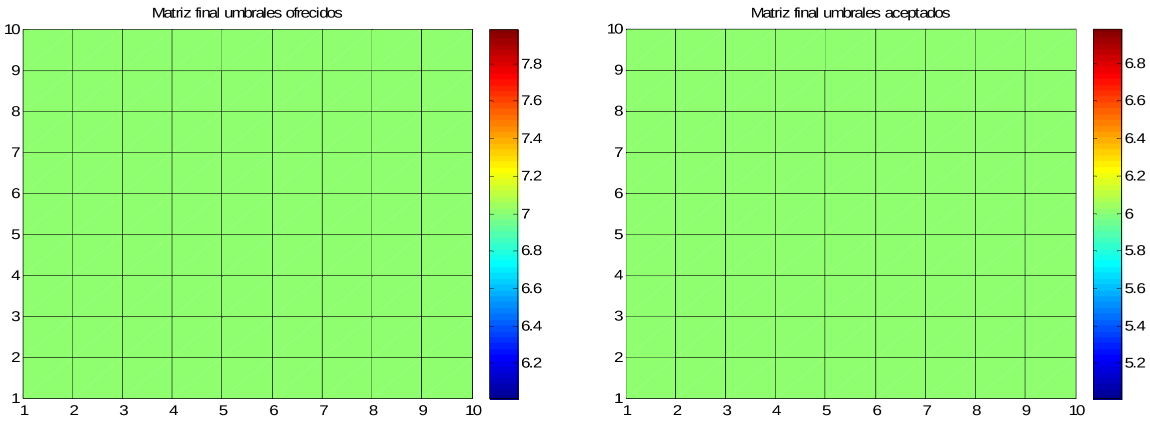


Figura 10.2.4: Umbrales finales para 1 simulación con m=20 CON SORTEO

11. Simulaciones con 2 umbrales (ofrecido y aceptado), considerando regla de actualización proporcional y a sus cuatro vecinos diagonales.

11.1. Cantidad a repartir m=50, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	14.32	14.11	Media	9.90	10.00
Desviación típica	3.80	3.80	Desviación típica	5.44	5.28

Tabla 11.6.1: Media y desviación típica con m=50

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

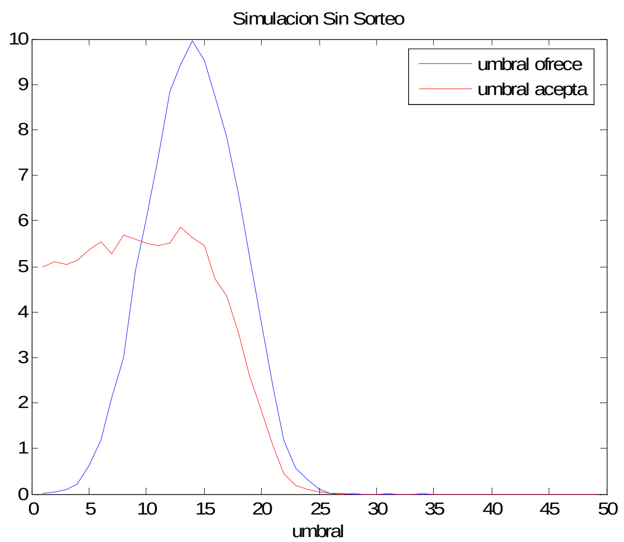


Figura 11.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y actualización proporcional

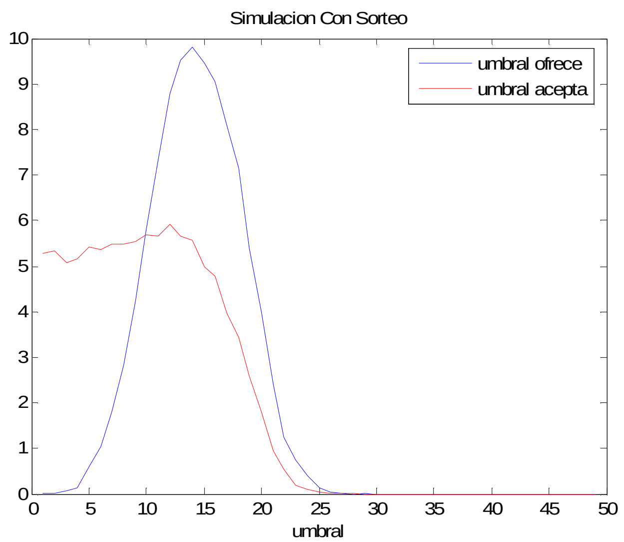


Figura 11.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 50.

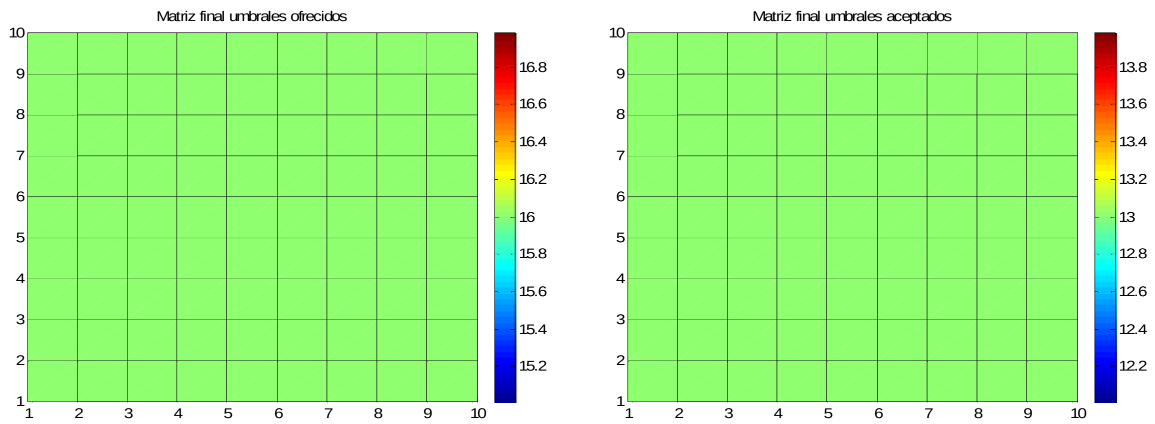


Figura 11.1.3: Umbrales finales para 1 simulación con m=50 SIN SORTEO

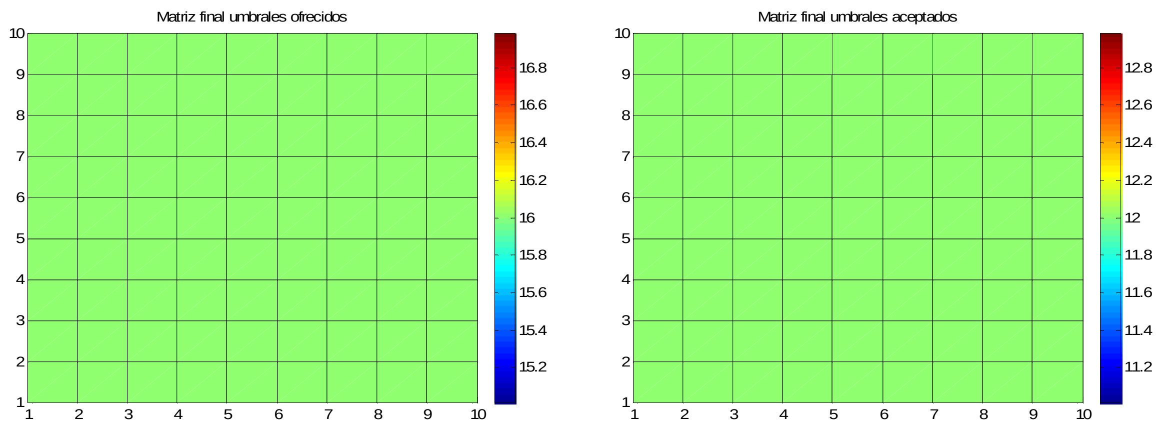


Figura 11.1.4: Umbrales finales para 1 simulación con m=50 CON SORTEO

11.2. Cantidad a repartir m=20, 100 jugadores (Red cuadrada 10x10).

Media y desviación típica de la simulación:

Umbral ofrecer	Sorteo	Sin sorteo	**Umbral aceptar**	Sorteo	Sin sorteo
Media	5.76	5.71	Media	4.29	4.34
Desviación típica	1.51	1.49	Desviación típica	2.12	1.95

Tabla 11.2.1: Media y desviación típica con m=20

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

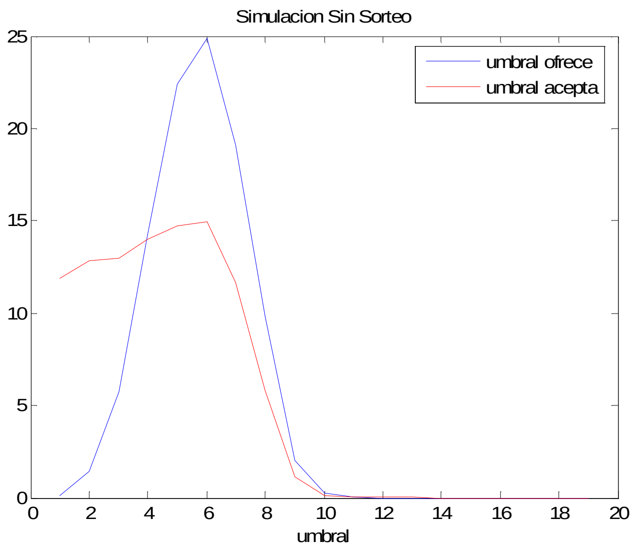


Figura 11.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 SIN SORTEO y actualización proporcional

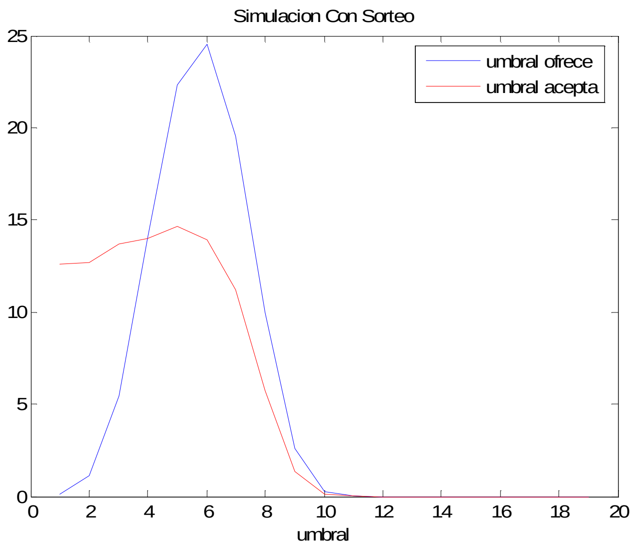


Figura 11.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=20 CON SORTEO y actualización proporcional

Umbrales ofrecidos y aceptados finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador obtiene ambos umbrales uniformemente entre 0 y 20.

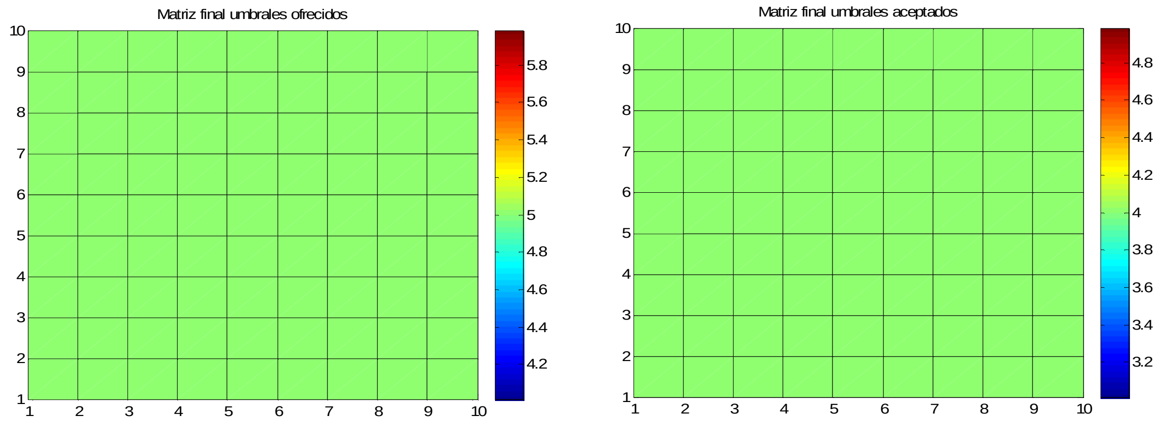


Figura 11.2.3: Umbrales finales para 1 simulación con m=20 SIN SORTEO

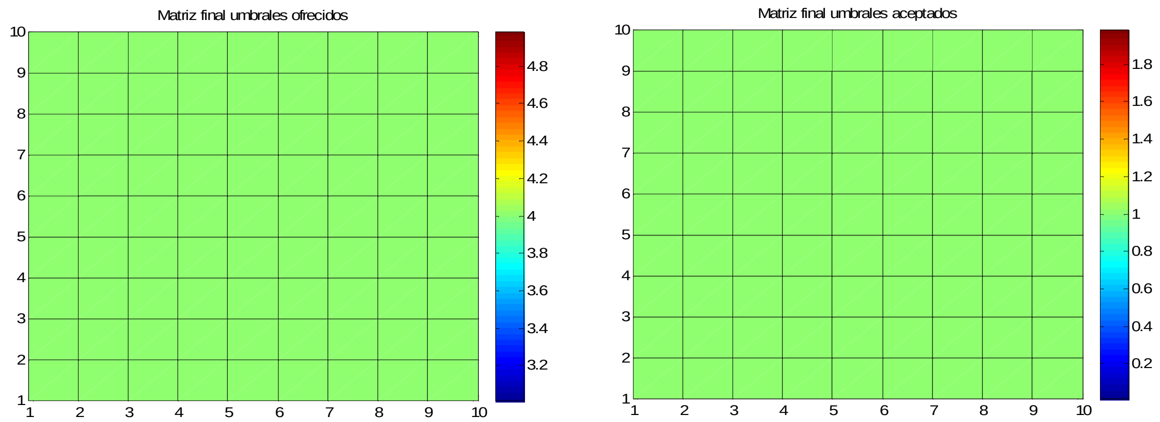


Figura 11.2.4: Umbrales finales para 1 simulación con m=20 CON SORTEO

12. Simulaciones jugando con 12 vecinos, considerando un único umbral e imitación incondicional.

12.1. 100 jugadores (Red cuadrada 10x10). Cantidad a repartir m=50

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	16.07	2.73
Con sorteo	15.25	4.54

Tabla 12.1.1: Media y desviación típica con m=50 y 12 vecinos diagonales

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

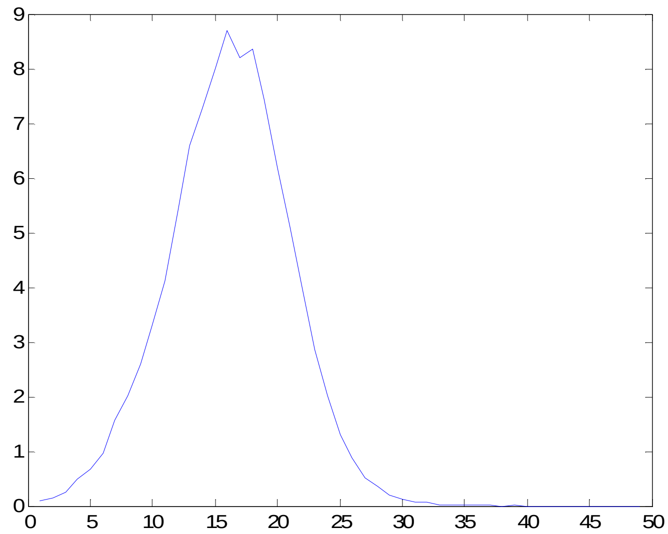


Figura 12.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y 12 vecinos diagonales

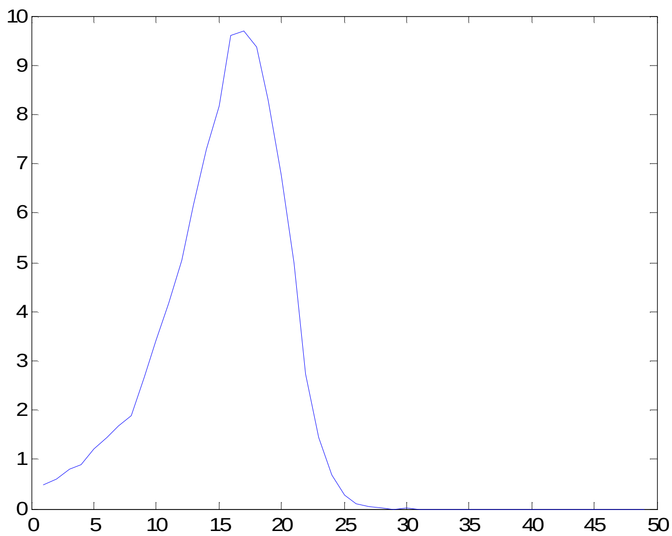


Figura 12.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y 12 vecinos diagonales

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

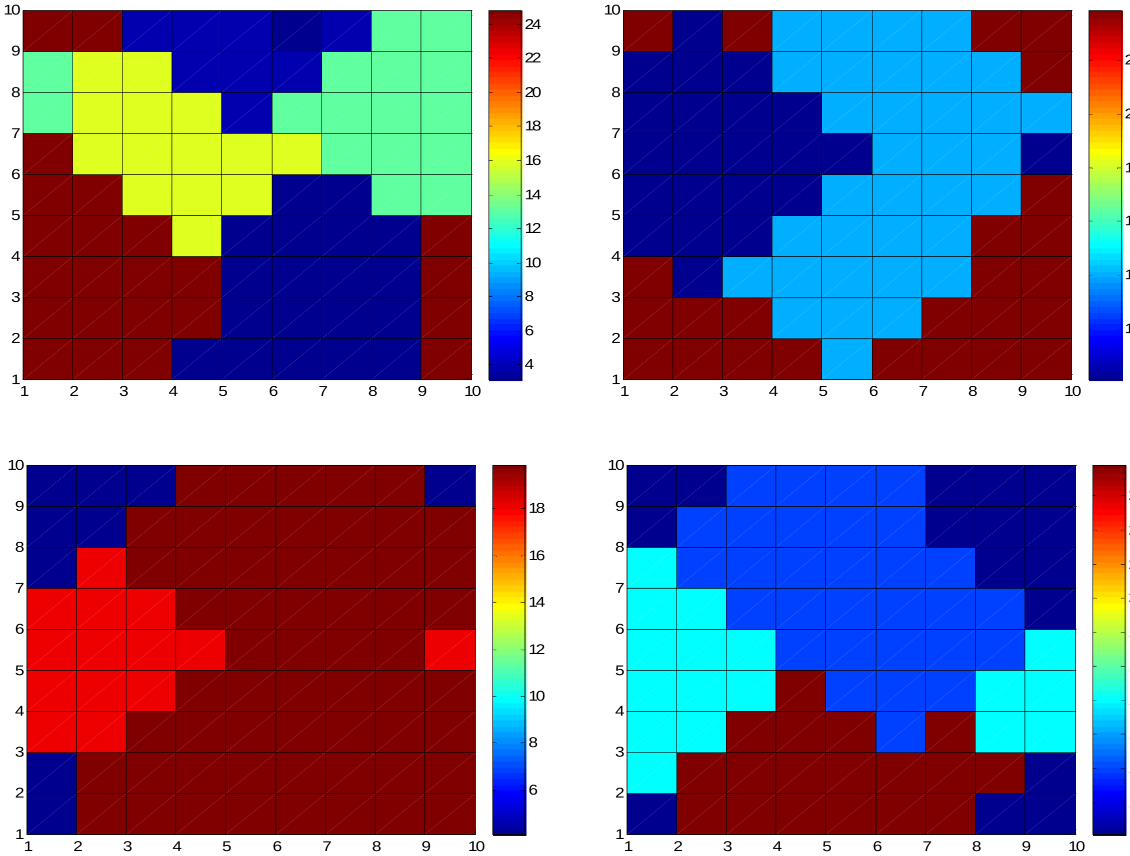


Figura 12.1.3: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=50 SIN SORTEO y 12 vecinos diagonales

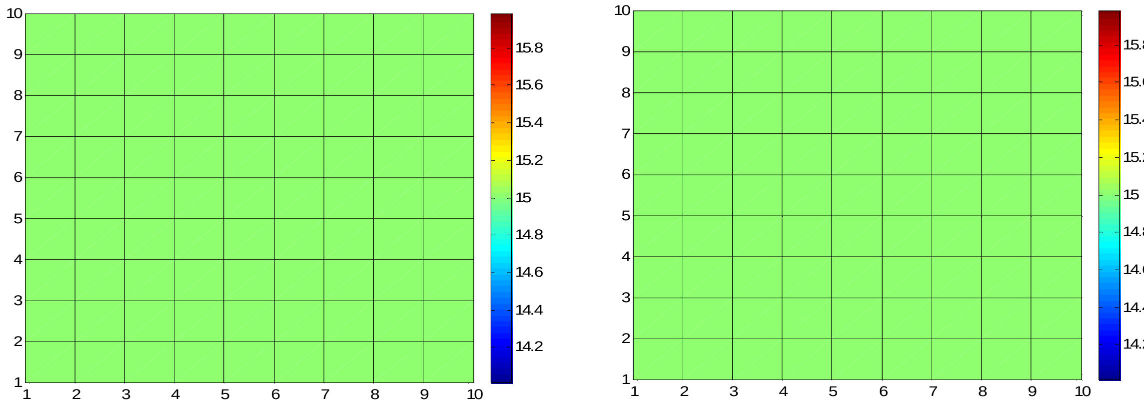


Figura 12.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 CON SORTEO y 12 vecinos diagonales

12.2. 900 jugadores (Red cuadrada 30x30). Cantidad a repartir m=50

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	16.08	0.90
Con sorteo	16.20	4.84

Tabla 12.2.1: Media y desviación típica con m=50 y 12 vecinos diagonales

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

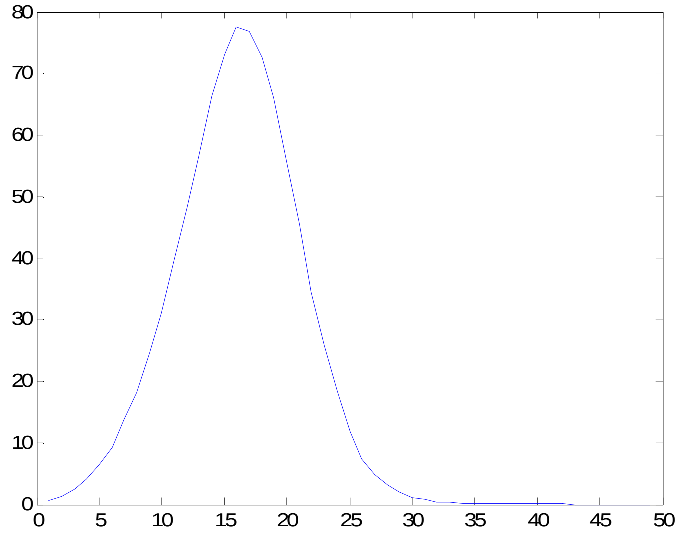


Figura 12.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y 12 vecinos diagonales

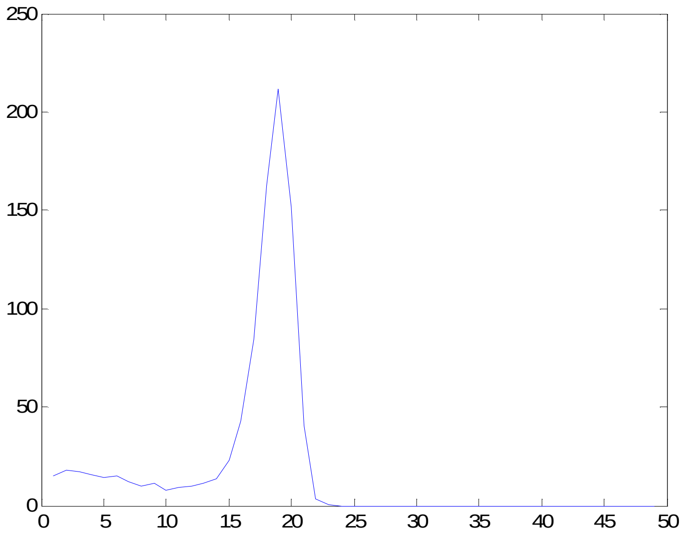


Figura 12.2.5: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y 12 vecinos diagonales

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

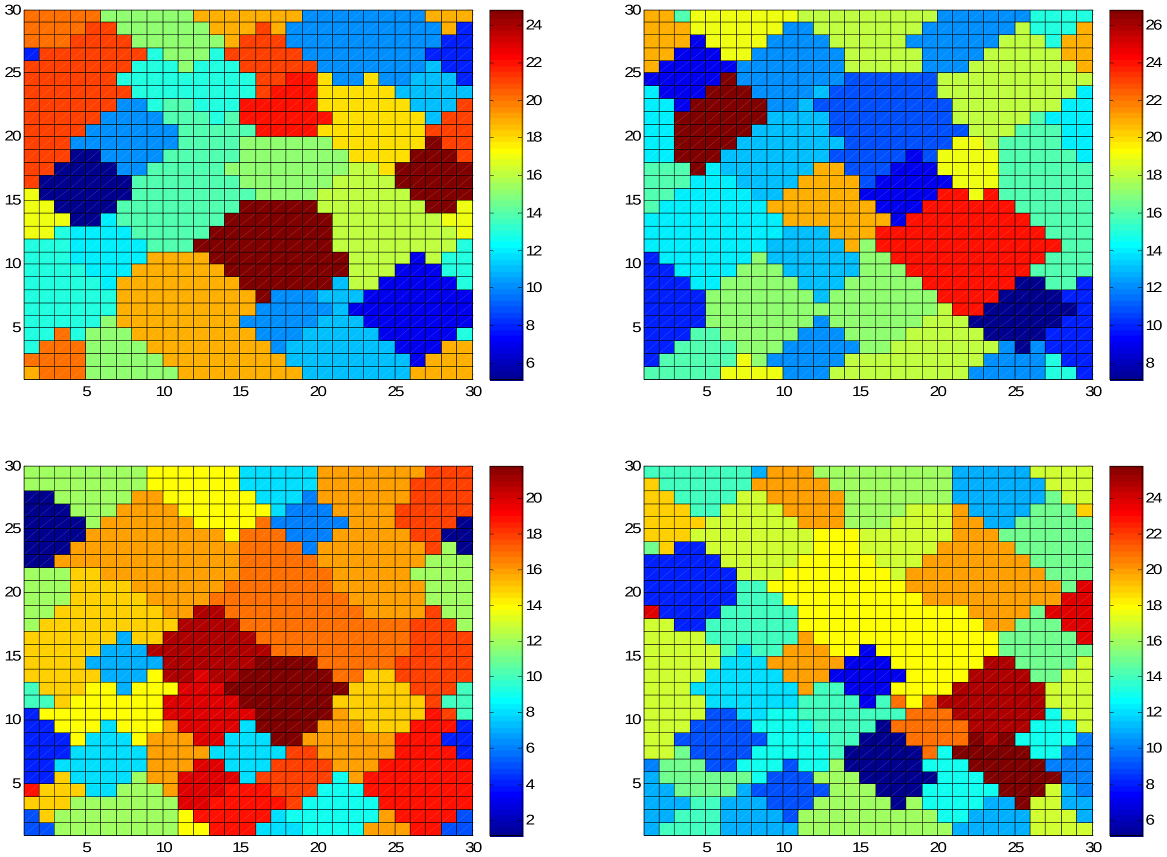


Figura 12.2.6: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=50 SIN SORTEO y 12 vecinos diagonales

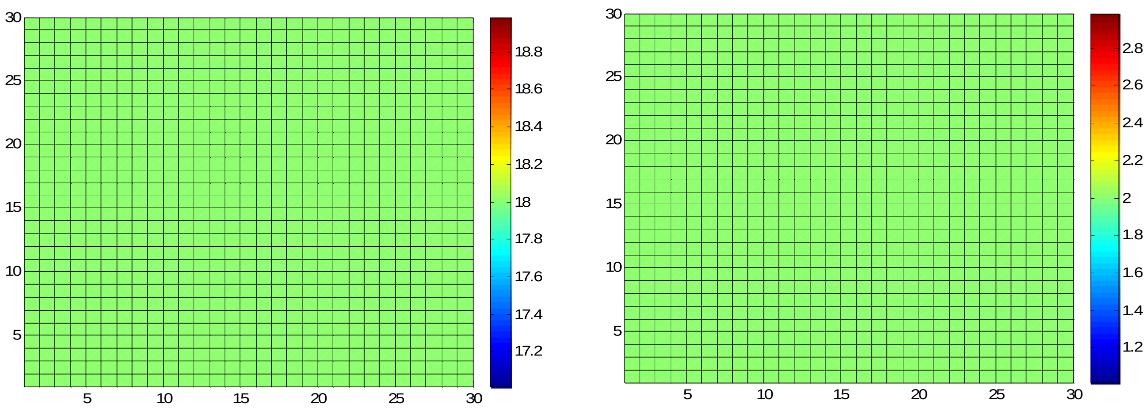


Figura 12.2.7: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 CON SORTEO y 12 vecinos diagonales

13. Simulaciones jugando con 24 vecinos, considerando un único umbral e imitación incondicional.

13.1. 100 jugadores (Red cuadrada 10x10). Cantidad a repartir m=50

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	15.81	3.47
Con sorteo	15.67	4.70

Tabla 13.7.1: Media y desviación típica con m=50 y 24 vecinos diagonales

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

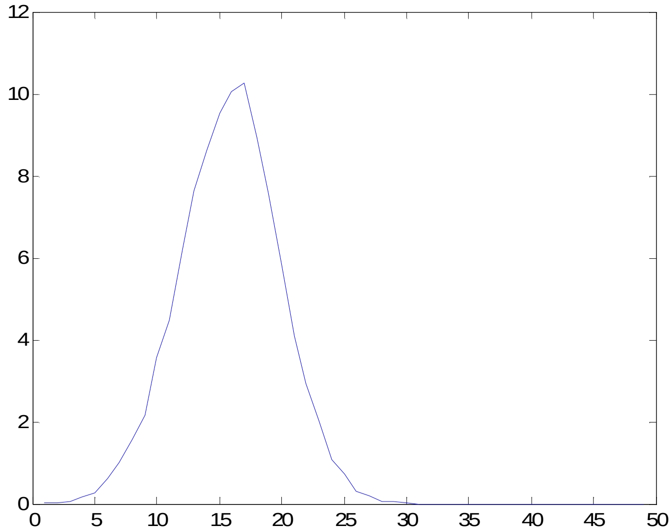


Figura 13.1.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y 24 vecinos diagonales

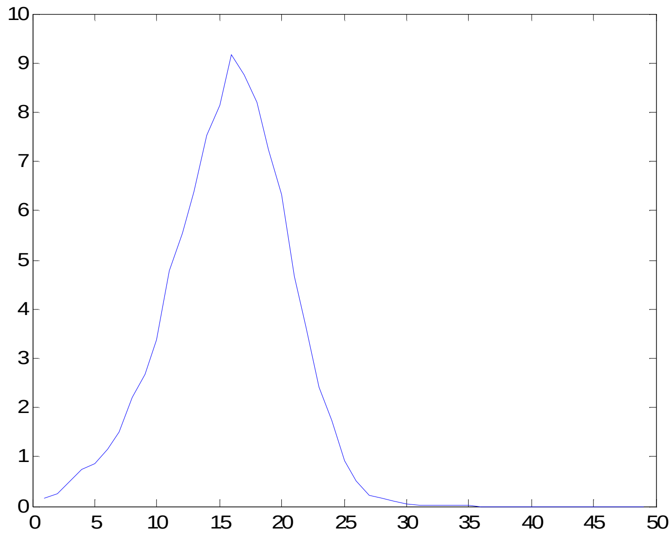


Figura 13.1.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y 24 vecinos diagonales

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

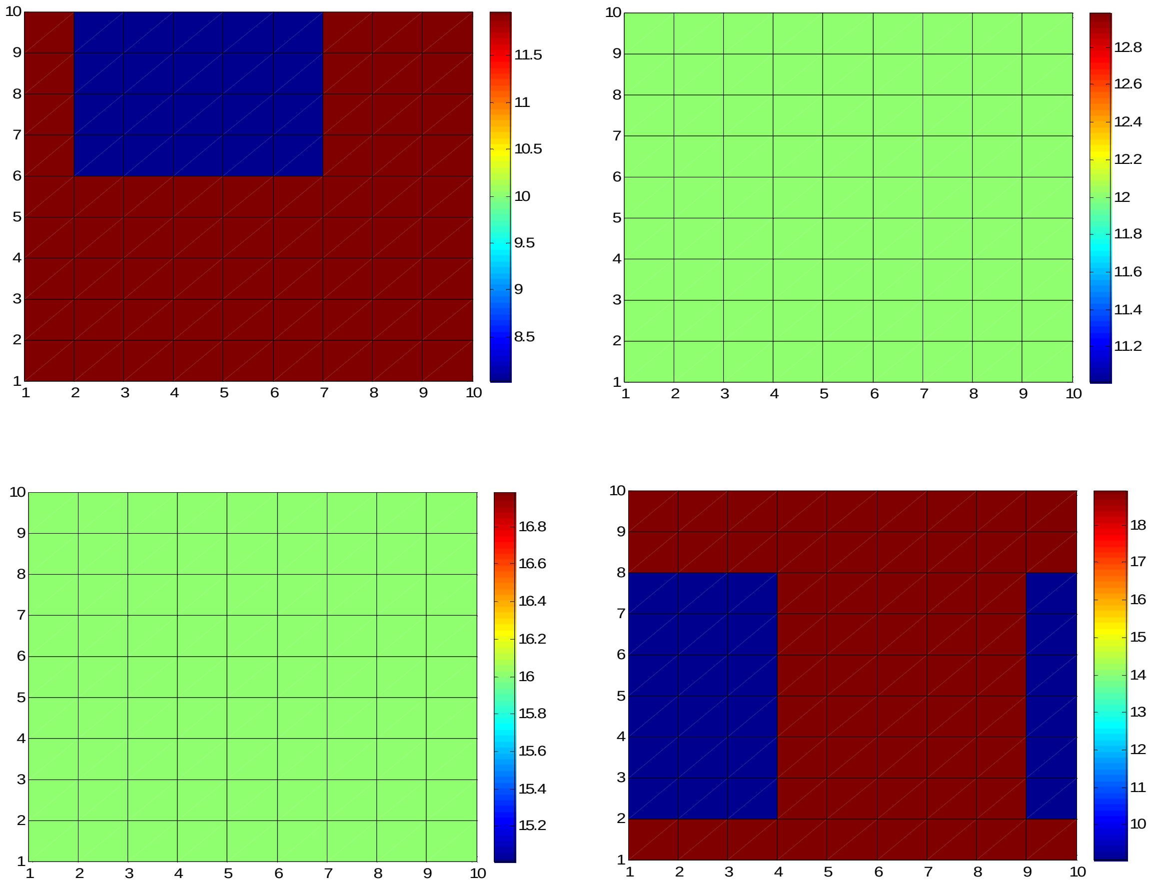


Figura 13.1.8: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=50 SIN SORTEO y 24 vecinos diagonales

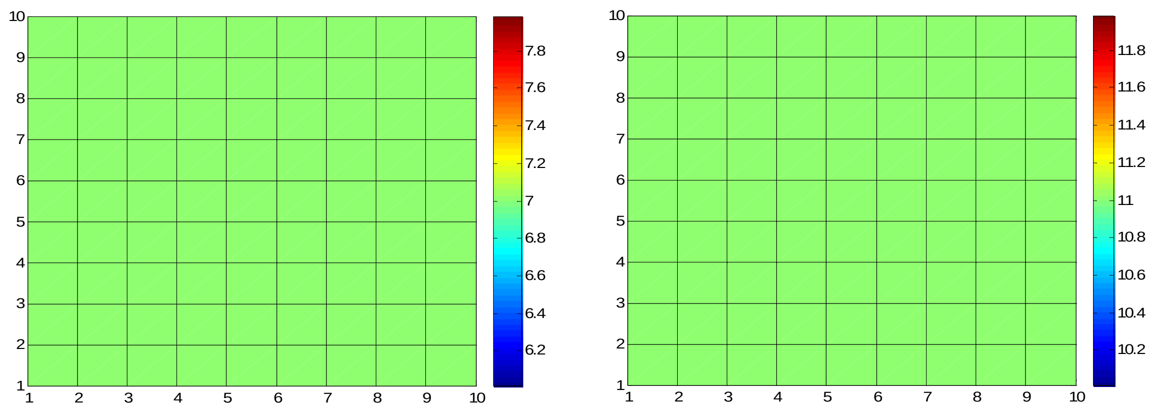


Figura 13.1.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 CON SORTEO y 24 vecinos diagonales

13.2. 900 jugadores (Red cuadrada 30x30). Cantidad a repartir m=50

Media y desviación típica de la simulación:

	μ	τ
Sin sorteo	15.92	1.07
Con sorteo	15.12	4.15

Tabla 13.2.1: Media y desviación típica con m=50 y 24 vecinos diagonales

Distribuciones de los umbrales medios en los jugadores para los casos sin y con sorteo:

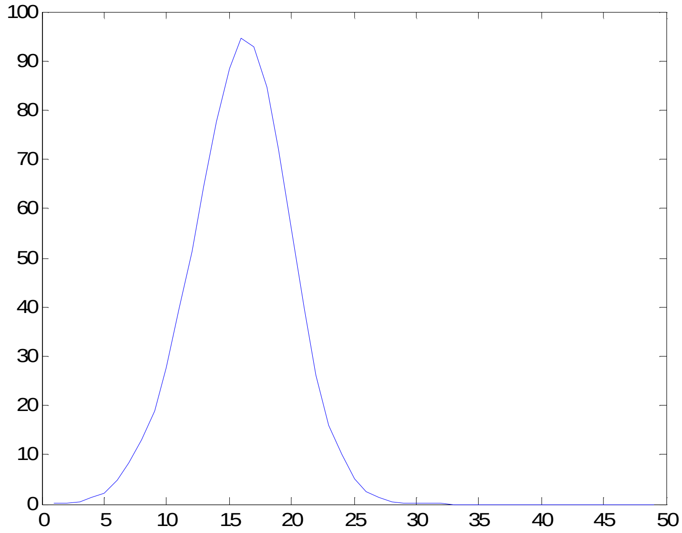


Figura 13.2.1: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 SIN SORTEO y 24 vecinos diagonales

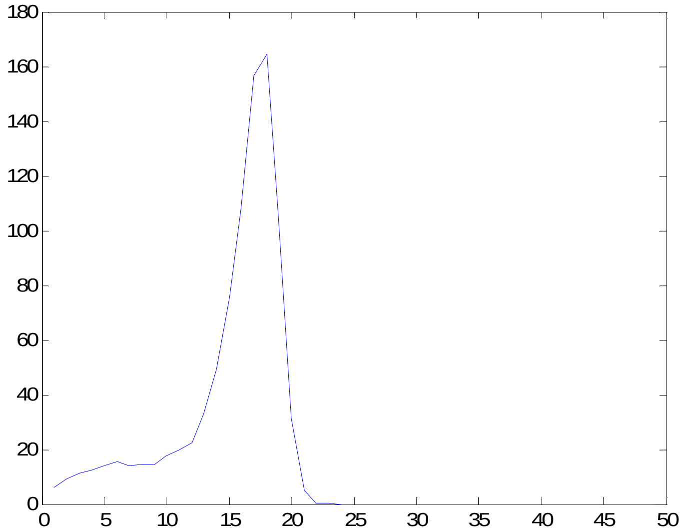


Figura 13.2.2: Distribución de los jugadores en función de su umbral, para el caso m=50 CON SORTEO y 24 vecinos diagonales

Umbrales finales obtenidos por cada jugador en diferentes situaciones iniciales y para el caso sin y con sorteo. En la situación inicial cada jugador tiene un umbral aleatorio entre 1 y 50.

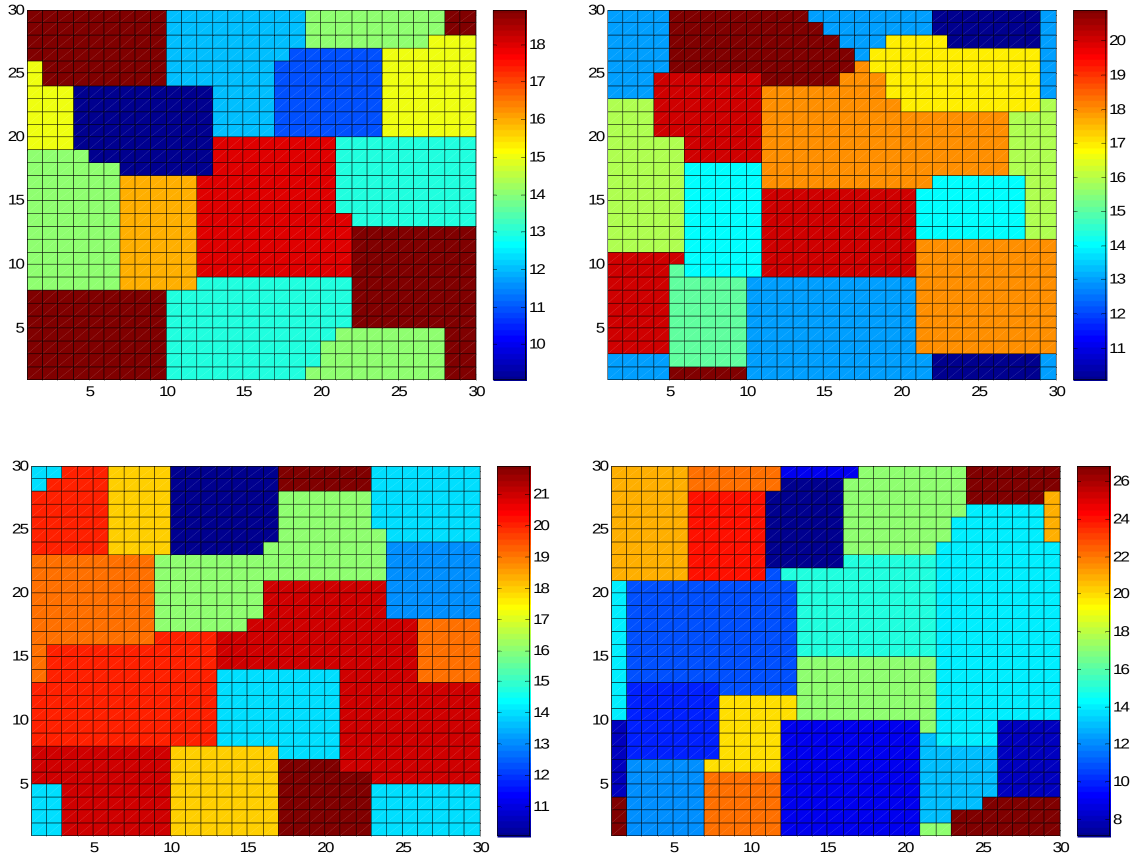


Figura 13.2.3: Umbrales finales para 4 simulaciones con m=50 SIN SORTEO y 24 vecinos diagonales

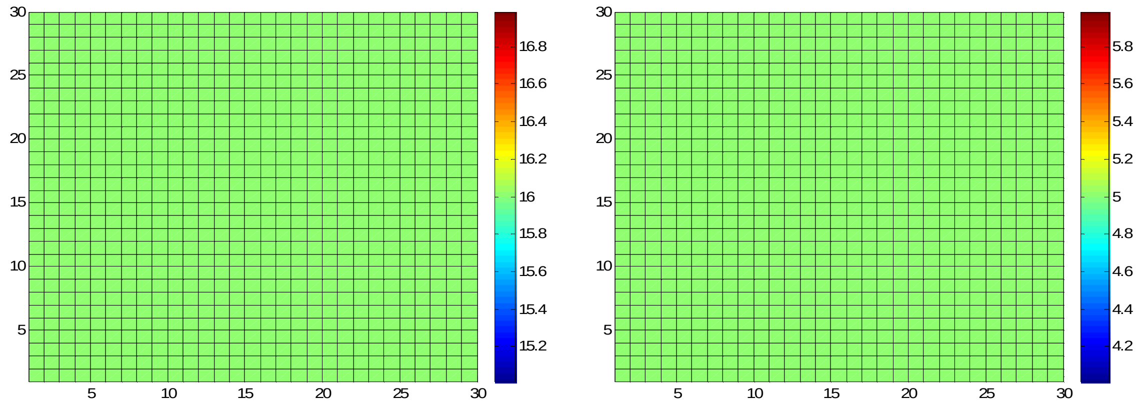


Figura 13.2.4: Umbrales finales para 2 simulaciones con m=50 CON SORTEO y 24 vecinos diagonales